المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم
National Center
for Curriculum Development and Evaluation

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

رياضيات الأعمال

الصف الثاني عشر- المسار الأكاديمي

الفصل الدراسي الثاني

12

إجابات الطالب

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

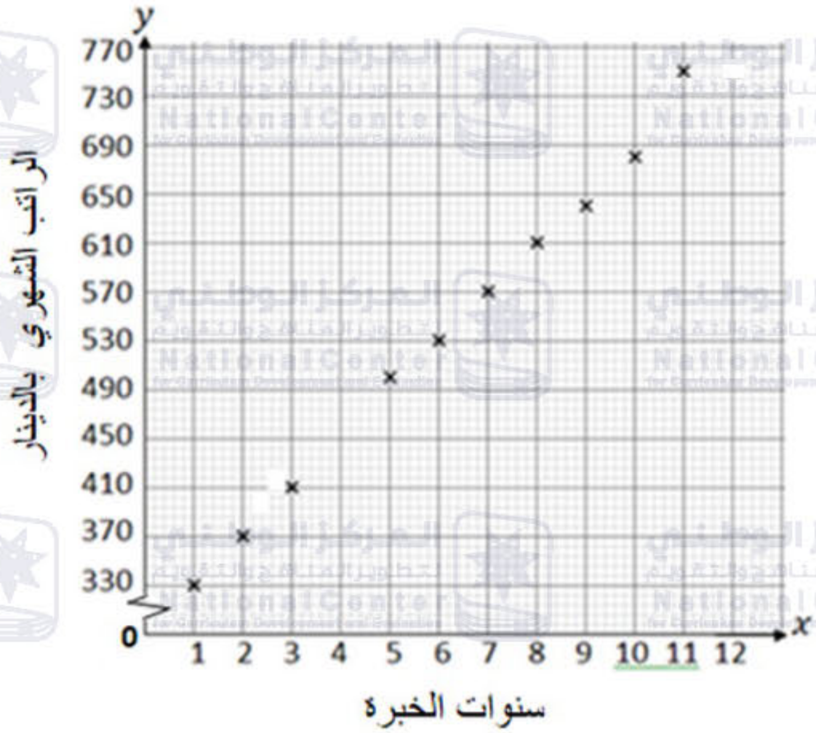
06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

إجابات كتاب الطالب- مادة رياضيات الأعمال- الصف الثاني عشر الأكاديمي ف2

الوحدة الرابعة: أشكال الانتشار والسلاسل الزمنية

الدرس الأول: الارتباط والانحدار

	مسألة اليوم صفحة 8
1	JD4000
2	سنتان
3	توجد علاقة سالبة وقوية.
	أتحقق من فهمي صفحة 9
a	المتغير المستقل هو عدد سنوات الخبرة. المتغير التابع هو الراتب الشهري. 
b	الارتباط موجب قوي بين المتغيرين، ما يعني أنه كلما زادت عدد سنوات الخبرة لدى الموظف في هذه الشركة، زاد راتبه الشهري.

أتحقق من فهمي صفحة 13

	x	y	xy	x^2	y^2
	13	10.2	132.6	169	104.04
	10	8.8	88	100	77.44
	18	7.2	129.6	324	51.84
	6.5	5.7	37.05	42.25	32.49
	4	7.4	29.6	16	54.76
	9	7.4	66.6	81	54.76
	3.5	5.2	18.2	12.25	27.04
	16	12	192	256	144
	7	6.4	44.8	49	40.96
	12	10	120	144	100
المجموع	99	80.3	858.45	1193.5	687.33

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 858.45 - \frac{99 \times 80.3}{10} = 63.48$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 1193.5 - \frac{(99)^2}{10} = 213.4$$

$$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 687.33 - \frac{(80.3)^2}{10} = 42.521$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{63.48}{\sqrt{213.4 \times 42.521}} \approx 0.67$$

بما أن معامل ارتباط بيرسون $r \approx 0.67$ ، فإن الارتباط بين المسافة والتكلفة قوي موجب، ما يعني بوجه عام أنه كلما زادت المسافة، زادت التكلفة اللازمة لإجراء رحلة باستعمال سيارة أجرة.

أتحقق من فهمي صفحة 16

a

	x	y	xy	x^2
	275	335	92125	75625
	295	345	101775	87025
	320	355	113600	102400
	250	380	95000	62500
	260	370	96200	67600
	305	340	103700	93025
	280	360	100800	78400
المجموع	1985	2485	703200	566575

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 703200 - \frac{1985 \times 2485}{7} = -1475$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 566575 - \frac{(1985)^2}{7} \approx 3685.71$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1985}{7} = 283.57$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{2485}{7} = 355$$

$$m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{-1475}{3685.71} \approx -0.4$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} = 355 - (-0.4) \times 283.57 \approx 468.428$$

$$y = mx + b \Rightarrow y = -0.4x + 468.428$$

b

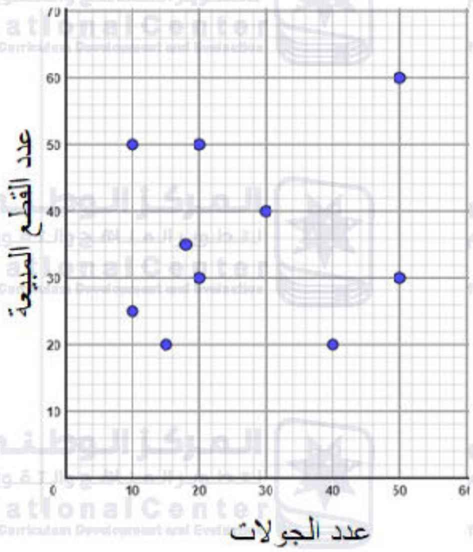
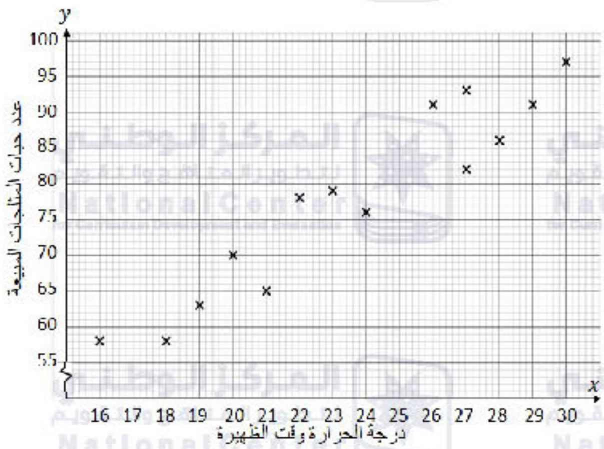
$$y = -0.4(310) + 468.428 \approx 344.428$$

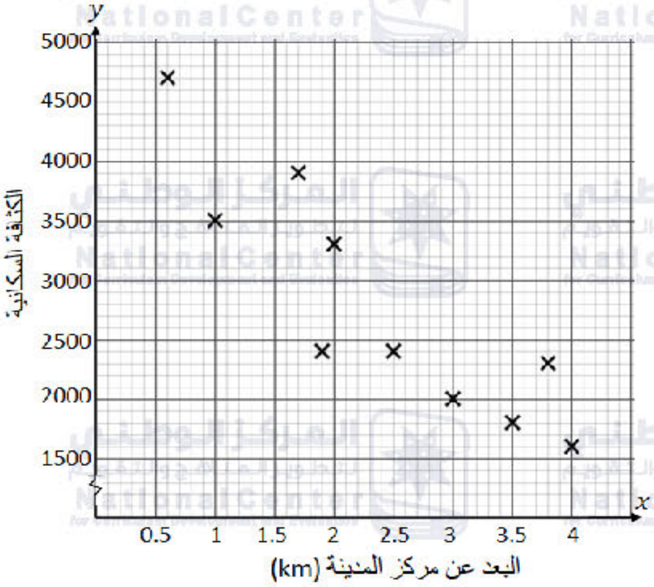
يتوقع أن تبلغ مبيعات الحلويات JD344.428 في الأسبوع الذي بلغت فيه مبيعات القهوة JD310.

c

يدل الميل $m \approx -0.4$ على مقدار النقصان في قيمة مبيعات الحلويات لكل زيادة مقدارها دينار واحد في مبيعات القهوة في هذا المقهى.

أما المقطع $b \approx 468.428$ فيدل على مقدار مبيعات الحلويات بالدينار عندما يكون مقدار مبيعات القهوة صفرًا وهذا غير معقول وغير موثوق لأن الصفر بعيد كثيرًا عن نطاق بيانات مبيعات القهوة المعطاة في المسألة.

أتدرب وأحل المسائل صفحة 17	
1	المتغير المستقل هو عدد الجولات. المتغير التابع هو عدد القطع المبيعة. 
2	لا يوجد ارتباط خطي بين عدد الجولات وعدد القطع المبيعة، فقد تكون هناك عوامل أخرى تؤثر على حجم المبيعات بالإضافة إلى عدد الجولات ما أدى إلى هذا الوضع في هذه المسالة.
3	المتغير المستقل هو درجة الحرارة وقت الظهيرة. المتغير التابع هو عدد جبات المثلجات المبيعة. تتراوح درجات الحرارة بين 16 و30 درجة لذا أدرج المحور الأفقي من 16 إلى 30 كل مربع درجة واحدة. ويتراوح عدد جبات المثلجات المبيعة بين 58 و 97 ، فمن الأنسب تدريج المحور الرأسي من 55 إلى 100 حيث يمثل كل مربع 5 حبات. 
4	ارتباط موجب قوي، إذ أن عدد قطع المثلجات المبيعة يزيد بتزايد درجة الحرارة وقت الظهيرة.

5	المتغير المستقل هو بعد المنطقة عن مركز المدينة. المتغير التابع هو الكثافة السكانية في تلك المنطقة. من الأنسب تدريج المحور الرأسي من 1500 إلى 5000 حيث يمثل كل مربع 500 شخص. 
6	ارتباط سالب قوي، إذ أن الكثافة السكانية لمنطقة ما تقل كلما زاد بعد هذه المنطقة عن مركز المدينة.

7

	x	y	xy	x^2	y^2
	30	27	810	900	729
	45	48	2160	2025	2304
	80	73	5840	6400	5329
	25	29	725	625	841
	50	63	3150	2500	3969
	97	87	8439	9409	7569
	47	39	1833	2209	1521
	40	45	1800	1600	2025
المجموع	414	411	24757	25668	24287

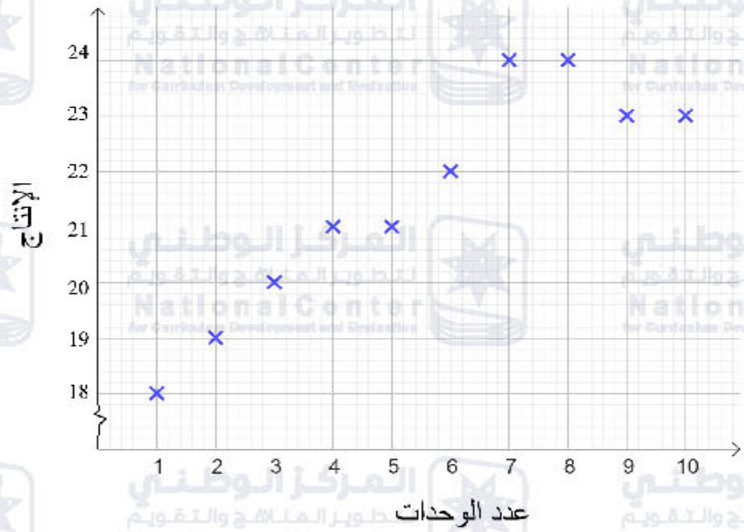
$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 24757 - \frac{414 \times 411}{8} = 3487.75$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 25668 - \frac{(414)^2}{8} = 4243.5$$

$$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 24287 - \frac{(411)^2}{8} = 3171.875$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{3487.75}{\sqrt{4243.5 \times 3171.875}} \approx 0.95$$

بما أن معامل ارتباط بيرسون $r \approx 0.95$ ، فإن الارتباط بين التكلفة التقديرية والتكلفة الفعلية قوي موجب، ما يعني بوجه عام أنه كلما زادت التكلفة التقديرية لصيانة الأجهزة في هذا المتجر، زادت التكلفة الفعلية لها.

<table>
<tr><td>8</td><td>المتغير المستقل هو عدد وحدات المكمل الغذائي التي تناولتها كل بقرة.
المتغير التابع هو كمية الحليب المنتجة من كل بقرة.

</td></tr>
<tr><td>9</td><td>بوجه عام كلما زادت عدد وحدات المكمل الغذائي المُعطاة للبقر، فإن إنتاجها من الحليب يزداد إلى حد معين حيث تتوقف الزيادة بعد ذلك وتبدأ في الانخفاض.</td></tr>
</table>

	x	y	xy	x^2	y^2
	1	18	18	1	324
	2	19	38	4	361
	3	20	60	9	400
	4	21	84	16	441
	5	21	105	25	441
	6	22	132	36	484
	7	24	168	49	576
المجموع	28	145	605	140	3027

10

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 605 - \frac{28 \times 145}{7} = 25$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 140 - \frac{(28)^2}{7} = 28$$

$$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 3027 - \frac{(145)^2}{7} \approx 23.43$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} = \frac{25}{\sqrt{28 \times 23.43}} \approx 0.98$$

بما أن معامل ارتباط بيرسون $r \approx 0.98$ ، فإن الارتباط بين عدد وحدات المكمل الغذائي وكمية الحليب المنتجة قوي موجب، ما يعني بوجه عام أنه كلما زاد عدد وحدات المكمل الغذائي المُعطاة للأبقار، زادت كمية الحليب المنتجة منها.

11			

	x	y	xy	x^2
	50	12	600	2500
	65	11.9	773.5	4225
	80	11.2	896	6400
	100	10.3	1030	10000
	120	9.8	1176	14400
المجموع	415	55.2	4475.5	37525

11

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 4475.5 - \frac{415 \times 55.2}{5} = -106.1$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 37525 - \frac{(415)^2}{5} = 3080$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{415}{5} = 83$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{55.2}{5} = 11.04$$

$$m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{-106.1}{3080} \approx -0.03$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} \approx 11.04 - (-0.03) \times 83 \approx 13.53$$

$$y = mx + b \Longrightarrow y = -0.03x + 13.53$$

12

$$y = -0.03(70) + 13.53 = 11.43$$

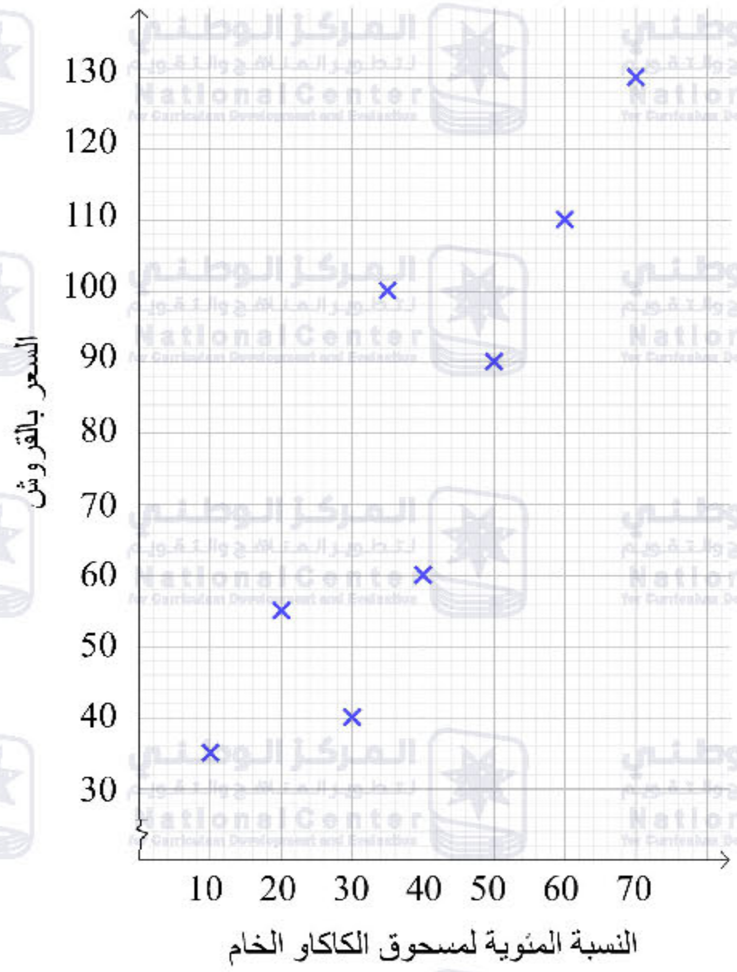
إذا بلغت سرعة السيارة 70 km/h فإن معدل استهلاك الوقود سيقدّر بحوالي 11.43 km/L

13

يدل الميل $m \approx -0.03$ على مقدار النقص في معدل استهلاك الوقود (km/L) لكل زيادة مقدارها 1 km/h في سرعة السيارة.

أما المقطع $b \approx 13.53$ فيدل على معدل استهلاك الوقود (km/L) الوقود عندما تكون سرعة السيارة صفرًا، وهذا غير منطقي عمليًا لأن قيمة b تمثل معدل استهلاك الوقود عند سرعة صفر، وهو بعيد كثيرًا عن نطاق البيانات ولا يمكن قياسه، لذا فهي قيمة نظرية رياضيًا فقط.

14	$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$ $= 1960 - \frac{(109)^2}{10} = 771.9$ ونعلم أن معادلة خط الانحدار هي: $y = mx + b$ وبما أن المعادلة المُعطاة هي: $y = 0.7x + 4.4$ ، فهذا يعني أن $m = 0.7$ كما نعلم أن: $m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \Rightarrow 0.7 = \frac{S_{xy}}{771.9}$ $\Rightarrow S_{xy} = 0.7 \times 771.9 = 540.33$ $S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} \Rightarrow 540.33 = \sum xy - \frac{109 \times 120}{10}$ $\Rightarrow 540.33 = \sum xy - 1308$ $\Rightarrow \sum xy = 540.33 + 1308 = 1848.33$
15	$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 2145 - \frac{(120)^2}{10} = 705$ $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}} = \frac{540.33}{\sqrt{771.9 \times 705}} \approx 0.73$
16	D
17	B
18	C
19	A
20	يدل معامل الارتباط -0.86 على وجود ارتباط سالب قوي، وهذا يعني أنه كلما زاد عمر الموظف في هذه الشركة، قلَّ عدد الأخطاء التي يقع فيها أثناء إدخال البيانات المالية في النظام الحاسوبي.

21	الارتباط بين x و y موجب، معناه: كلما زاد x زاد y ....(1) الارتباط بين y و z سالب، معناه: كلما زاد y نقص z ....(2) الارتباط بين z و w موجب، معناه: كلما نقص z نقص w ....(3) من (1) و (2) نستنتج أنه: كلما زاد x نقص z ....(4) من (4) و (3) نستنتج أنه: كلما زاد x نقص w إذن، الارتباط بين x و wسالب.
22	الميل حسب الشكل المرسوم بالسؤال إشارته سالبة، لأن الارتباط سالب بين المتغيرين، بينما الميل موجب في معادلة خط الانحدار التي كتبتها ميسون، لذا معادلتها ليست صحيحة.
23	

	x	y	xy	x^2	y^2
	10	35	350	100	1225
	20	55	1100	400	3025
	30	40	1200	900	1600
	35	00	3500	1225	10000
	40	60	2400	1600	3600
	50	90	4500	2500	8100
	60	110	6600	3600	12100
	70	30	9100	4900	16900
المجموع	315	620	28750	15225	56550

24

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 28750 - \frac{315 \times 620}{8} = 4337.5$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 15225 - \frac{(315)^2}{8} = 2821.875$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{315}{8} = 39.375$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{620}{8} = 77.5$$

$$m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{4337.5}{2821.875} \approx 1.54$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} = 77.5 - (1.54) \times 39.375 \approx 16.86$$

$$y = mx + b \Longrightarrow y = 1.54x + 16.86$$

25

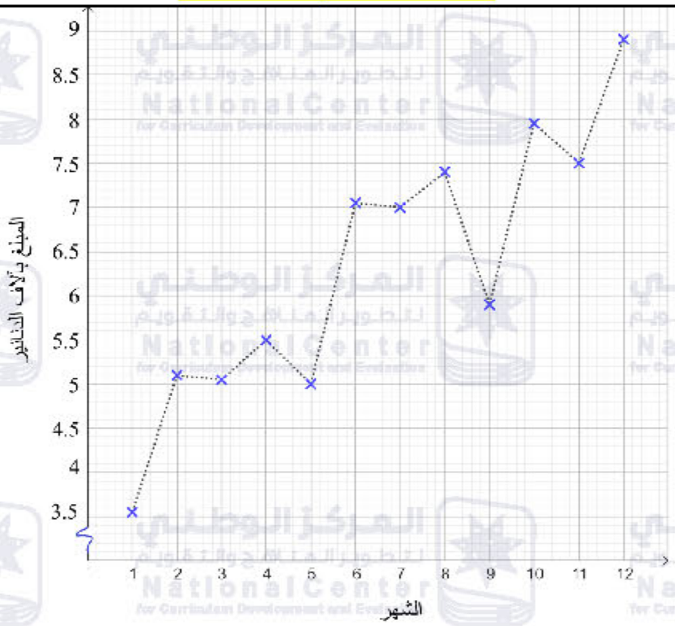
$$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 56550 - \frac{(620)^2}{8} = 8500$$

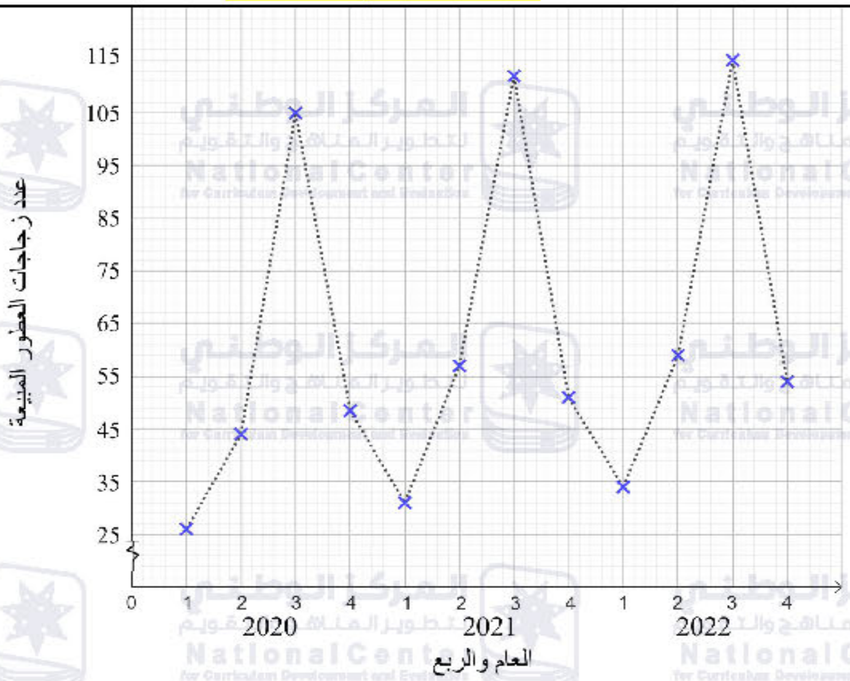
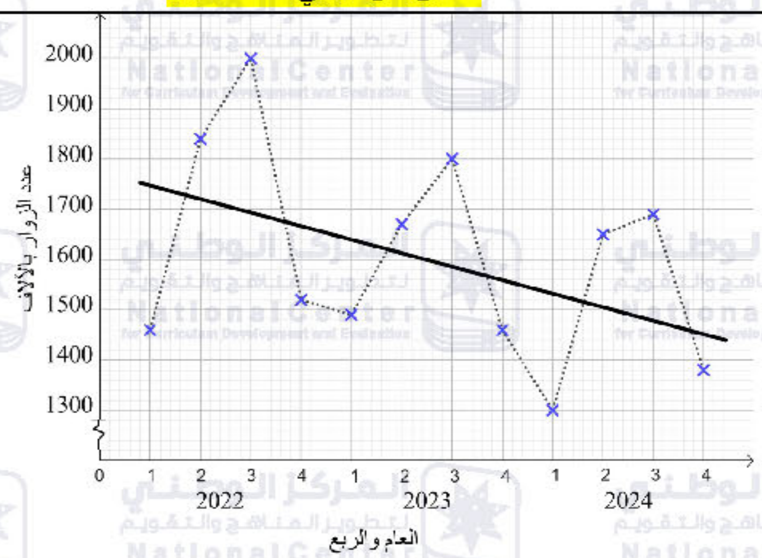
$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{4337.5}{\sqrt{2821.875 \times 8500}} \approx 0.89$$

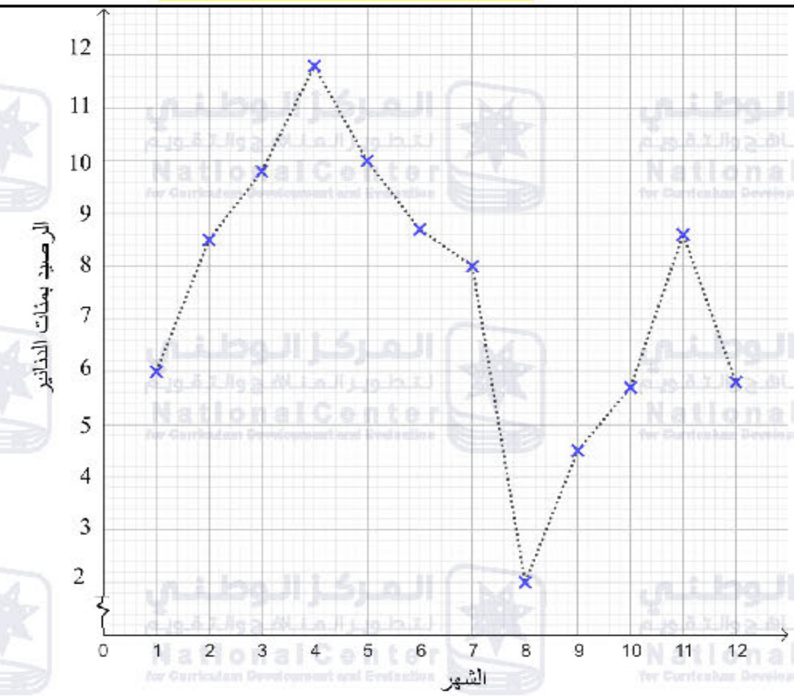
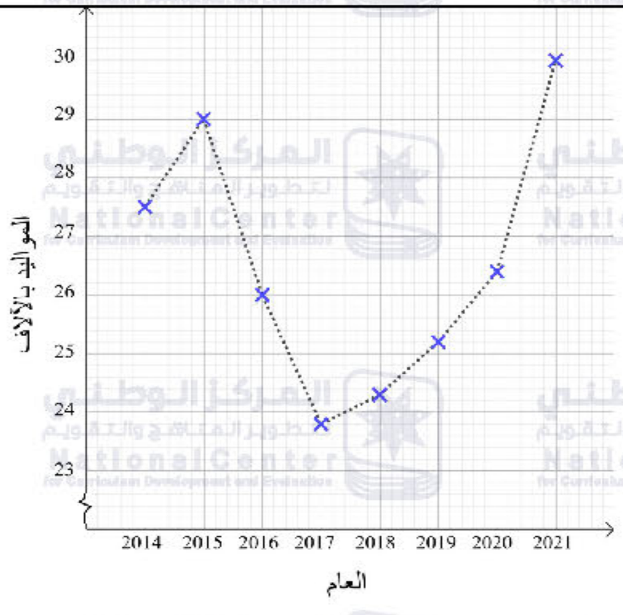
يدل معامل الارتباط 0.89 على وجود ارتباط موجب قوي، وهذا يعني أنه كلما زادت نسبة مسحوق الكاكاو الخام في قطعة الشوكولاتة، زاد سعر بيعها.

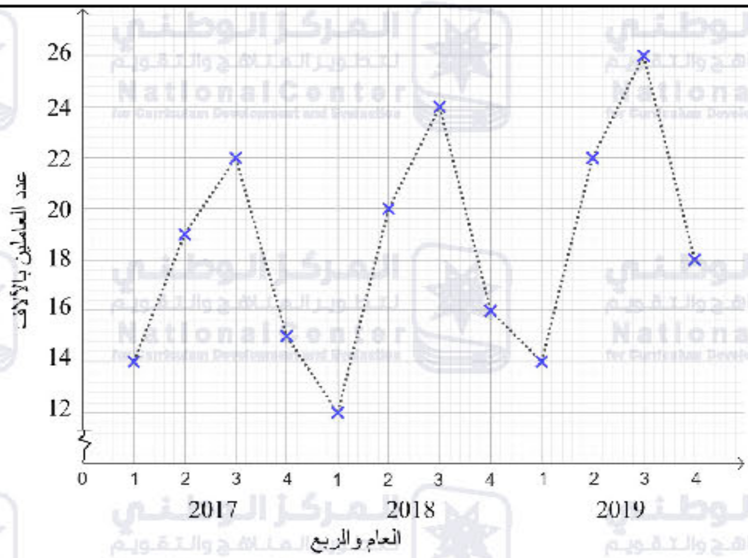
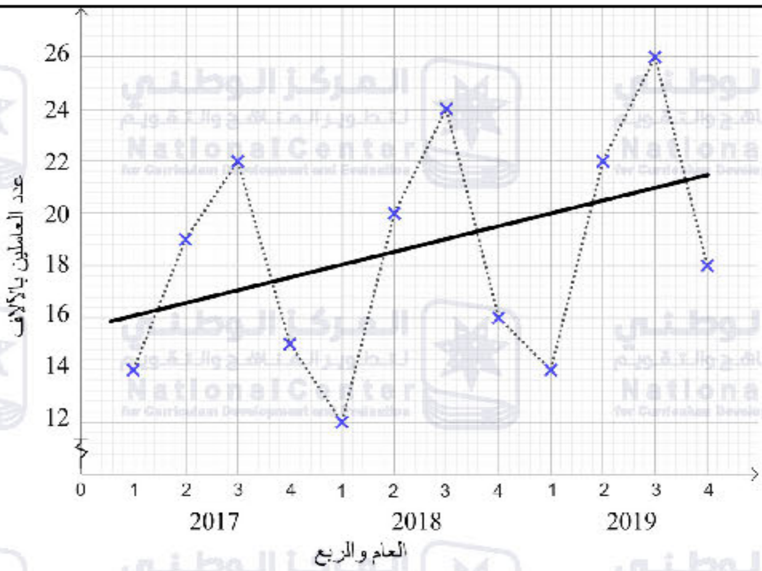
26	سعر قطعة الشاوكولاتة من العلامة التجارية D مبلغ فيه، إذ نلاحظ قفزة مفاجئة للسعر بالنظر إلى القطعتين اللتين تقاربانها في النسبة المئوية لمسحوق الكاكاو، وهما القطعتان من العلامتين التجاريتين C و E ، نستخدم معادلة خط الانحدار لاقتراح سعر مناسب لهذه القطعة: $y = 1.54(35) + 16.86 \approx 71$ إذن، السعر العادل لقطعة الشوكولاتة من العلامة التجارية D هو 71 قرشًا تقريبًا.

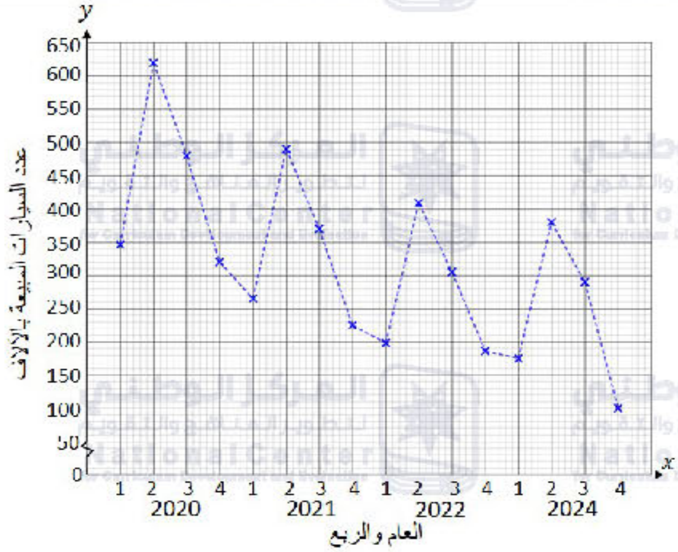
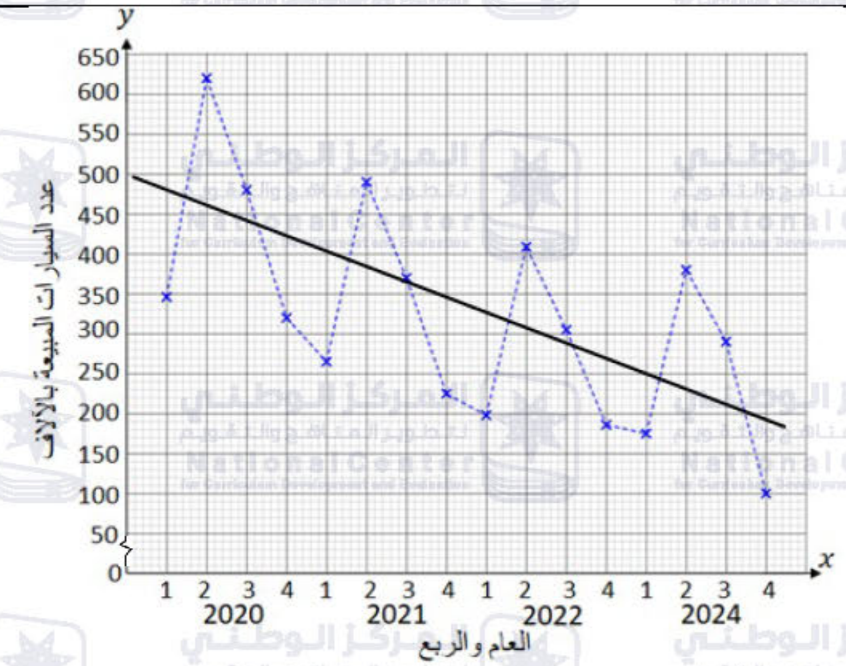
الدرس الثاني: السلاسل الزمنية

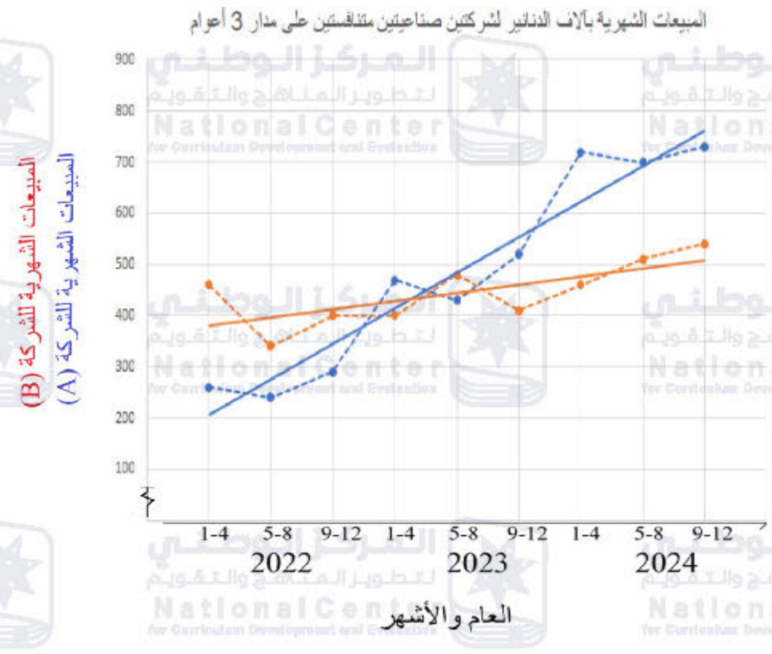
	مسألة اليوم صفحة 21
	كان عدد الطرود أقل عند الساعة الثالثة مساءً.
	عند الساعة الثامنة كان عدد الطرود في المستودع 40، وعند الساعة 12:00 كان عددها هو 15؛ فعدد الطرود التي تم شحنها بين هذين الوقتين هو الفرق بين هذين العددين: $40 - 15 = 25$ عدد الطرود التي شُحنت بين الساعة الثامنة صباحًا والثانية عشرة ظهرًا هو 25 طردًا.
	ارتفع عدد الطرود المتبقية بين الساعة الثالثة والرابعة عصرًا، وقد يكون السبب في ذلك هو وصول شحنة طرود جديدة للمستودع.
	أتحقق من فهمي صفحة 22
	
	أتحقق من فهمي صفحة 24
a	قيمة صادرات الشركة عام 2019م هي 10.4 مليون دينار تقريبًا.
b	بوجه عام، تتزايد صادرات الشركة في الفترة بين 2017 و2021، بالرغم من انخفاضها في عام 2020م.
c	قد يعود سبب زيادة صادرات الشركة عام 2021 إلى فتح أسواق عالمية جديدة أمام صادرات الشركة نظرًا لجودة منتجاتها وتنافسيتها مع شركات أخرى مماثلة.

أتحقق من فهمي صفحة 20	
a	
b	كان حجم المبيعات أقل في الربع الأول من كل عام.
c	بوجه عام تتزايد مبيعات المحل من العطور سنويًّا.
d	يتباين حجم مبيعات العطور على مدار العام، إذ تكون المبيعات في أدنى مستوياتها في الربع الأول من كل عام، ثم تزداد في الربع الثاني، لتصل ذروتها في الربع الثالث من كل عام قبل أن تنخفض مرة أخرى في الربع الرابع من كل عام. والتمثيل البياني يوضح أن حجم مبيعات العطور آخذ بالتزايد كل سنة بوجه عام.
أتحقق من فهمي صفحة 28	
a	
b	خط اتجاه البيانات العام هو من النوع الهابط، ما يعني أن عدد الزوار لهذا المتحف مرشح للتناقص مستقبلًا.

	أتدرب وأحل المسائل صفحة 28
1	
2	في نهاية شهر نيسان(4) كان رصيد منار هو الأعلى.
3	سددت منار أكبر عدد من الفواتير في شهري آب(8) وكانون أول(12)، لأنه حصل على رصيدها أكبر انخفاضين في نهايتي هذين الشهرين من العام كله.
4	
5	عام 2017م كان عدد المواليد فيه هو الأقل.
6	انخفض عدد المواليد في هذه المدينة في الفترة بين عام 2015 و2017، ثم عاد إلى الارتفاع في الفترة بين عام 2018 و2021، وبوجه عام عدد المواليد في هذه المدينة آخذ بالتزايد.
7	الشهر الذي حقق فيه المتجر أعلى ربح هو شهر أيار(5).

8	أغلق هذا المتجر أبوابه بسبب أعمال الصيانة في شهري آب (8) وكانون أول(12)، لأن الأرباح في نهاية هذين الشهرين حصل عليها الانخفاض الأكبر.
9	
10	كان عدد العمال أقل في الربع الأول من كل عام.
11	عدد العمال يتزايد بوجه عام بمرور الزمن.
12	يتباين عدد العمال على مدار العام، إذا يكون عددهم في أدنى مستوياته في الربع الأول من كل عام، ثم يزداد في الربع الثاني، ليصل ذروته في الربع الثالث، قبل أن ينخفض مرة أخرى في الربع الرابع من كل عام. والتمثيل البياني يوضح أن عدد العمال آخذ بالتزايد كل سنة بوجه عام.
13	
14	خط اتجاه البيانات العام هو من النوع الصاعد، ما يعني أن عدد العمال مرشح للازدياد مستقبلًا.

15	
16	كان عدد السيارات المبيعة أعلى في الربع الثاني من كل عام.
17	عدد السيارات يتناقص بوجه عام.
18	يتباين عدد السيارات المبيعة على مدار العام، إذ يزداد عددها عما كان عليه في الربع الأول من كل عام ليصل إلى الذروة في الربع الثاني من كل عام، ثم يبدأ بالانخفاض في الربع الثالث، ليصل إلى أدنى مستوياته في الربع الرابع من كل عام. والتمثيل البياني يوضح أن عدد السيارات المبيعة العاملة بالوقود آخذ بالتناقص كل سنة بوجه عام.
19	
20	خط اتجاه البيانات العام هو من النوع الهابط، ما يعني أن عدد السيارات المبيعة التي تعمل بالوقود مرشح للانخفاض مستقبلًا.

21	التدريجات على المحور y غير منتظمة، إذا نجد مثلًا أن المسافة بين 30 و 40 هي ذاتها المسافة بين 40 و 45، فالمربع الواحد يمثل أحيانًا 10 وفي أحيان أخرى يمثل 5 وهذا خطأ. كما يجب الإشارة إلى ما تمثله الأعداد على المحور الأفقي (تسمية المحور السنوات والأرباع) وكتابة السنتين اللتين حدثت فيهما هذه الدراسة على المحور x ولا يكتفى بكتابة الأرباع.
22	
23	
24	خط اتجاه البيانات العام للشركة (A) هو من النوع الصاعد، ما يعني أن معدل المبيعات الشهرية لهذه الشركة مرشح للازدياد مستقبلًا. وكذلك الأمر بالنسبة لخط اتجاه البيانات العام للشركة (B) هو أيضًا من النوع الصاعد، ما يعني أن معدل المبيعات الشهرية لهذه الشركة مرشح للازدياد مستقبلًا، لكنه بوتيرة أقل من الشركة (A).

الدرس الثالث: التباين في السلاسل الزمنية

مسألة اليوم صفحة 31	
1	الاتجاه العام صاعد، أي أنّ مبيعات أجهزة الهاتف المحمول مرشح للتزايد مستقبلًا.
2	نعم يمكن؛ وذلك بقراءة القيمة المقدرة من خط الاتجاه العام للربع الأول من العام 2024 ويضاف إليها متوسط التباين الموسمي للربع الأول للأعوام الثلاثة السابقة وضرب الناتج في 100. فنجد أن عدد الهواتف المبيعة في الربع الأول من العام 2024 هو 1870 هاتفًا تقريبًا.
أتحقق من فهمي صفحة 33	

$$M_1 = \frac{85+75+90+70}{4} = 80$$

$$M_2 = \frac{75+90+70+80}{4} = 78.75$$

$$M_3 = \frac{90+70+80+65}{4} = 76.25$$

$$M_4 = \frac{70+80+65+85}{4} = 75$$

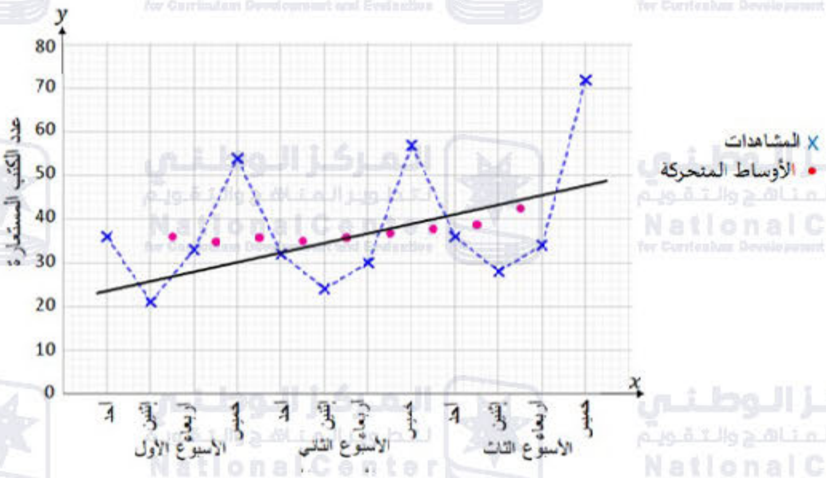
$$M_5 = \frac{80+65+85+60}{4} = 72.5$$

$$M_6 = \frac{65+85+60+75}{4} = 71.25$$

$$M_7 = \frac{85+60+75+60}{4} = 70$$

أتحقق من فهمي صفحة 36	
a	(table and chart below)
b	الاتجاه العام صاعد، أي إن عدد الكتب المُستعارة مرشحة للازدياد بمرور الزمن.

الأسبوع	اليوم	عدد الكتب	منتصف الفترة	الأوساط المتحرك
1	أحد	36	2.5	36
	إثنين	21	3.5	35
	أربعاء	33		
	خميس	54	4.5	35.75
2	أحد	32	1.5	35
	إثنين	24	2.5	35.75
	أربعاء	30		
	خميس	57	3.5	36.75
3	أحد	36	4.5	37.75
	إثنين	28	1.5	38.75
	أربعاء	34		
	خميس	72	2.5	42.5



أتحقق من فهمي صفحة 38

التباين الموسمي للقيمة 45 من العام الأول $45 - 48 = -3$

التباين الموسمي للقيمة 45 من العام الثاني $45 - 55 = -10$

التباين الموسمي للقيمة 47 من العام الثالث $47 - 61 = -14$

الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثالث: $\frac{-3-10-14}{3} = -9$

بضرب الوسط الحسابي في 10000: $-9 \times 10000 = -90000$

إذن، الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثالث هو: (-90000) JD.

التباين الموسمي للقيمة 57 من العام الأول $57 - 50 = 7$

التباين الموسمي للقيمة 70 من العام الثاني $70 - 56 = 14$

التباين الموسمي للقيمة 72 من العام الثالث $72 - 63 = 9$

الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الرابع: $\frac{7+14+9}{3} = 10$

بضرب الوسط الحسابي في 10000: $10 \times 10000 = 100000$

إذن، الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الرابع هو: JD 100000.

أتحقق من فهمي صفحة 40

التباين الموسمي للقيمة 720 من العام الأول $720 - 690 = 30$

التباين الموسمي للقيمة 810 من العام الثاني $810 - 765 = 45$

الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الرابع: $\frac{30+45}{2} = 37.5$

القيمة المتوقعة: $840 + 37.5 = 877.5$

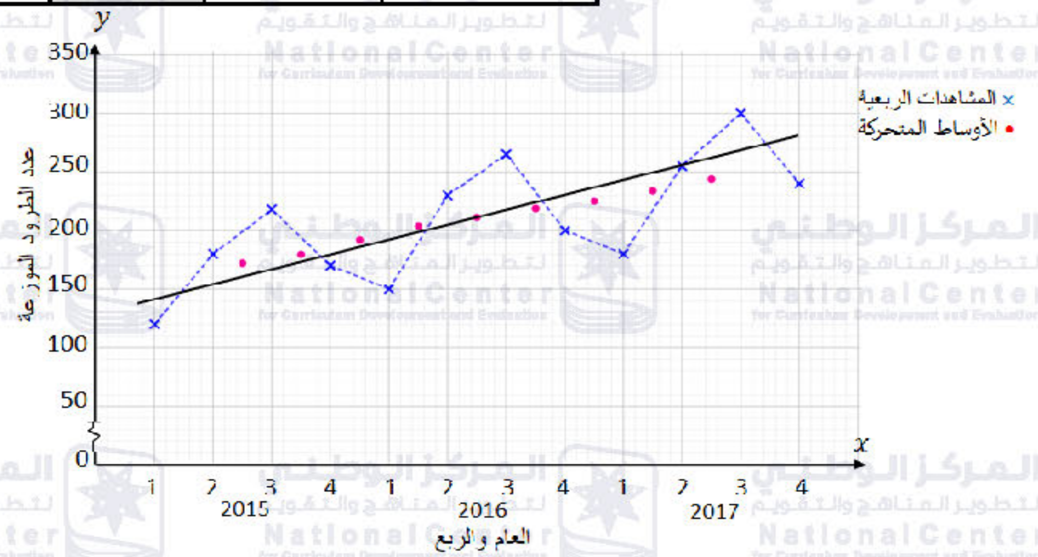
بضرب القيمة المتوقعة في 100: $877.5 \times 100 = 87750$

إذن، العدد المتوقع للزوار في الربع الرابع من عام 2024 هو: 87750 زائرًا.

أتدرب وأحل المسائل صفحة 40	
1	$M_1 = \frac{120+180+218+170}{4} = 172$ $M_2 = \frac{180+218+170+150}{4} = 179.5$ $M_3 = \frac{218+170+150+230}{4} = 192$ $M_4 = \frac{170+150+230+265}{4} = 203.75$ $M_5 = \frac{150+230+265+200}{4} = 211.25$ $M_6 = \frac{230+265+200+180}{4} = 218.75$ $M_7 = \frac{265+200+180+255}{4} = 225$ $M_8 = \frac{200+180+255+300}{4} = 233.75$ $M_9 = \frac{180+255+300+240}{4} = 243.75$

2

العام	الربع	عدد الطرود	منتصف الفترة	الأوساط المتحركة
2015	1	120	2.5	172
	2	180	3.5	179.5
	3	218		
	4	170	4.5	192
2016	1	150	1.5	203.75
	2	230	2.5	211.25
	3	265		
	4	200	3.5	218.75
2017	1	180	4.5	225
	2	255	1.5	233.75
	3	300		
	4	240	2.5	243.75



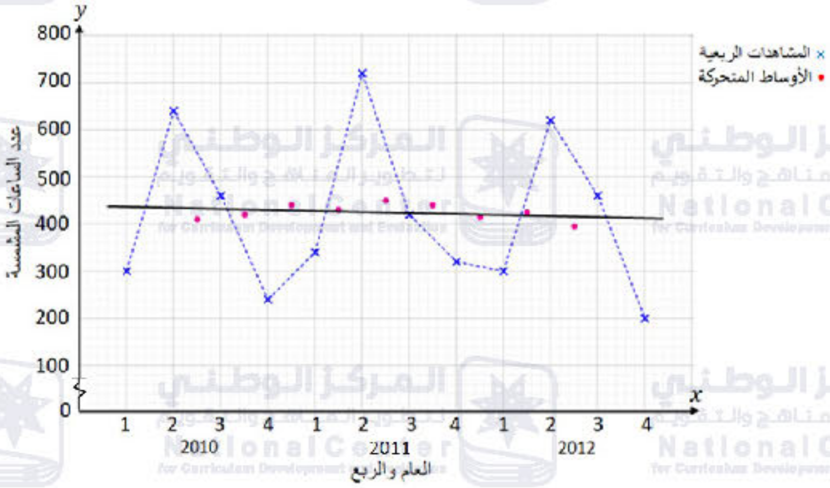
3

الاتجاه العام صاعد، أي إن عدد الطرود الخيرية المُوزعة مرشحة للازدياد بمرور الزمن.

4	$M_1 = \frac{300+640+460+240}{4} = 410$ $M_2 = \frac{640+460+240+340}{4} = 420$ $M_3 = \frac{460+240+340+720}{4} = 440$ $M_4 = \frac{240+340+720+420}{4} = 430$ $M_5 = \frac{340+720+420+320}{4} = 450$ $M_6 = \frac{720+420+320+300}{4} = 440$ $M_7 = \frac{420+320+300+620}{4} = 415$ $M_8 = \frac{320+300+620+460}{4} = 425$ $M_9 = \frac{300+620+460+200}{4} = 395$

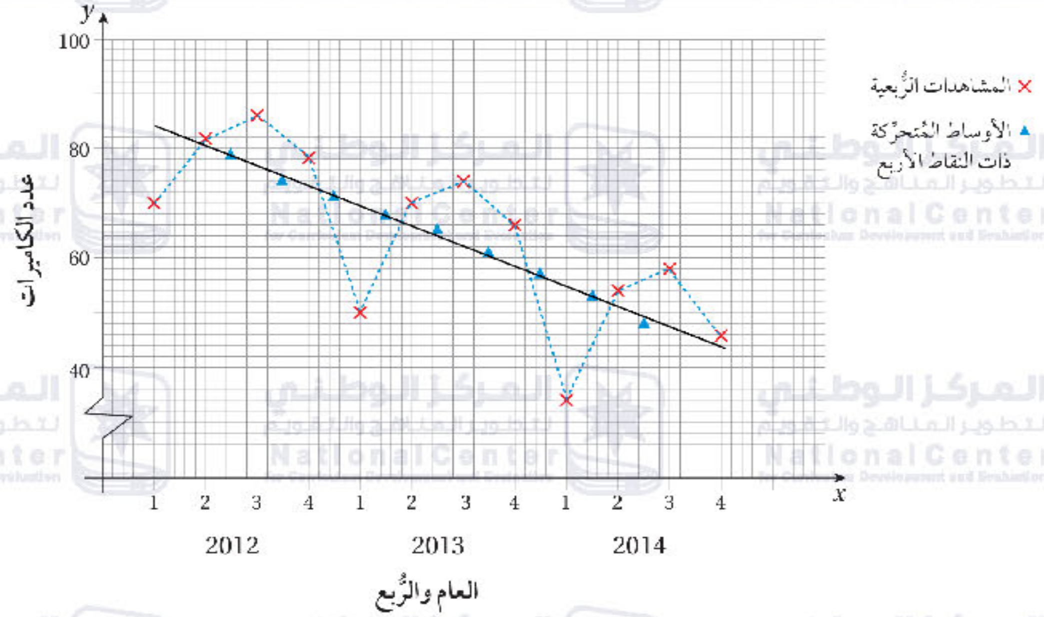
5

العام	الربع	عدد الساعات المُشمسة	منتصف الفترة	الأوساط المتحركة
2010	1	300	2.5	410
	2	640	3.5	420
	3	460		
	4	240	4.5	440
2011	5	340	5.5	430
	6	720	6.5	450
	7	420		
	8	320	7.5	440
2012	9	300	8.5	415
	10	620	9.5	425
	11	460		
	12	200	10.5	395



6

الاتجاه العام هابط، أي إن عدد الساعات المُشمسة مرشح للتناقص بمرور الزمن.

7	
8	الاتجاه العام هابط، أي إن عدد الكاميرات الاحترافية المبيعة مرشح للتناقص بمرور الزمن.
9	التباين الموسمي للقيمة 70 من العام الأول $70-86=-16$ التباين الموسمي للقيمة 50 من العام الثاني $50-69=-19$ التباين الموسمي للقيمة 34 من العام الثالث $34-55=-21$ الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الأول: $\frac{-16-19-21}{3}\approx-18.67$ إذن، الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الأول هو: -19 تقريبًا.
10	القيمة المتوقعة: $40-19=21$ إذن، العدد المتوقع للكاميرات المبيعة في الربع الأول من عام 2015 هو: 21 كاميرا تقريبًا.
11	الاتجاه العام هابط، أي إن عدد الدواجن التي تُنتجها هذه الشركة يتناقص بمرور الزمن.
12	التباين الموسمي للقيمة 32 من العام الأول $32-33=-1$ التباين الموسمي للقيمة 28 من العام الثاني $28-27=1$ التباين الموسمي للقيمة 24 من العام الثالث $24-22=2$ الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثاني: $\frac{-1+1+2}{3}\approx0.6667$ بضرب الوسط الحسابي في 1000: $0.6667\times1000=666.7$ إذن، الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثاني هو: 667 تقريبًا.
13	القيمة المتوقعة: $16000+667=16667$ إذن، العدد المتوقع للدواجن التي أنتجت في الربع الثاني من عام 2021 هو: 16667.

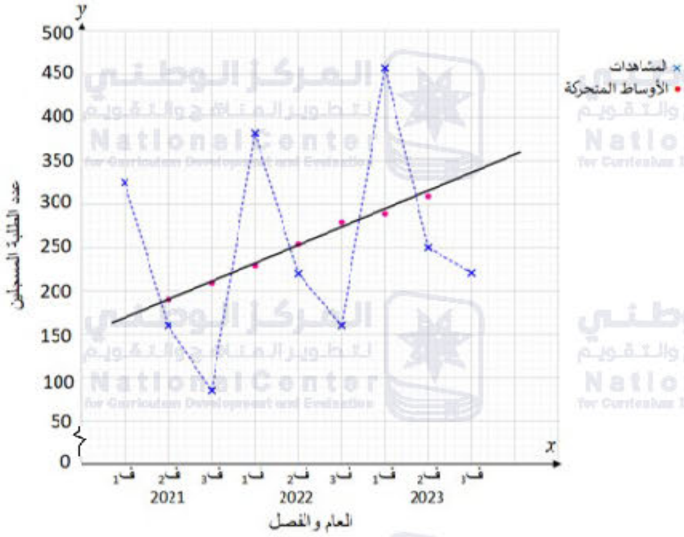
14	$M_1 = \frac{325+160+85}{3} = 190$ $M_2 = \frac{160+85+382}{3} = 209$ $M_3 = \frac{85+382+220}{3} = 229$ $M_4 = \frac{382+220+160}{3} = 254$ $M_5 = \frac{220+160+457}{3} = 279$ $M_6 = \frac{160+457+250}{3} = 289$ $M_7 = \frac{457+250+220}{3} = 309$

15

أعطي الفصول الرموز الآتية:

الفصل الأول ف$_1$، والفصل الثاني ف$_2$، والفصل الصيفي ف$_3$

العام	الفصل	عدد الطلبة المسجلين	منتصف الفترة	الأوساط المتحركة
2021	ف$_1$	325		
	ف$_2$	16	ف$_2$	190
	ف$_3$	85	ف$_3$	209
2022	ف$_1$	382	ف$_1$	229
	ف$_2$	220	ف$_2$	254
	ف$_3$	160	ف$_3$	279
2023	ف$_1$	457	ف$_1$	289
	ف$_2$	250	ف$_2$	309
	ف$_3$	220		



16 الاتجاه العام صاعد، أي إن عدد الطلبة المُسجلين في هذا المساق الجامعي مرشح للتزايد بمرور الزمن.

<table>
<tr><td>17</td><td>
التباين الموسمي للقيمة 325 من العام الأول $325 - 170 = 155$
التباين الموسمي للقيمة 382 من العام الثاني $382 - 230 = 152$
التباين الموسمي للقيمة 457 من العام الثالث $457 - 290 = 167$
الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للفصل الأول: $158 = \frac{155+152+167}{3}$
إذن، الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للفصل الأول هو: 158 طالبًا تقريبًا.
</td></tr>
<tr><td>18</td><td>
القيمة المتوقعة: $360 + 158 = 518$
إذن، العدد المتوقع للطلبة الذين سيسجلون في هذا المساق في الفصل الأول من عام 2024 هو: 518 طالبًا.
</td></tr>
<tr><td>19</td><td>
<table>
<tr><th>العام</th><th>الأرباع</th><th>القيم الفعلية</th><th>القيم المقدرة</th><th>التباين الموسمي</th></tr>
<tr><td rowspan="4">2019</td><td>1</td><td>28</td><td>24</td><td>$28 - 24 = 4$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>42</td><td>28</td><td>$42 - 28 = 14$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>60</td><td>70</td><td>$60 - 70 = -10$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>12</td><td>15</td><td>$12 - 15 = -3$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2020</td><td>1</td><td>22</td><td>18</td><td>$22 - 18 = 4$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>25</td><td>$36 - 25 = 11$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>50</td><td>42</td><td>$50 - 42 = 8$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>12</td><td>13</td><td>$12 - 13 = -1$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>20</td><td>
الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الأول: $4 = \frac{4+4}{2}$
الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثاني: $12.5 = \frac{14+11}{2}$
الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثالث: $-1 = \frac{-10+8}{2}$
الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الرابع: $-2 = \frac{-3-1}{2}$
</td></tr>
</table>

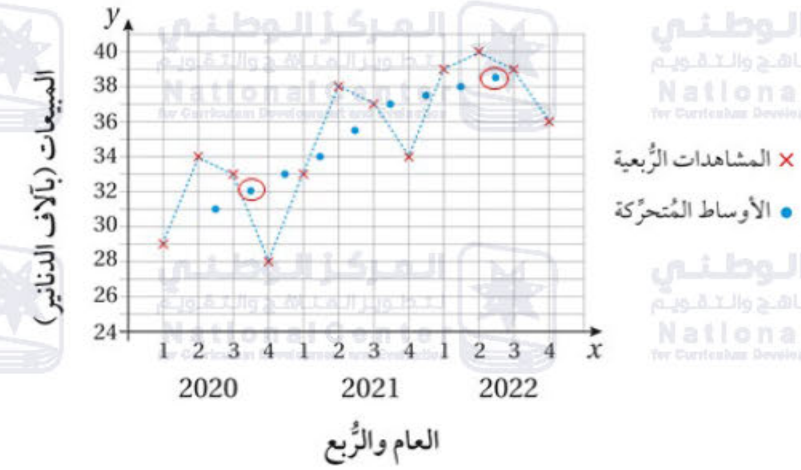
21

الأوساط المتحركة المفقودة هي M_2 و M_9 حيث:

$$M_2 = \frac{34 + 33 + 28 + 33}{4} = 32$$

$$M_9 = \frac{39 + 40 + 39 + 36}{4} = 38.5$$

نقاط الأوساط المتحركة المفقودة هي: (3.5,32) في العام 2020، و (2.5,38.5) في العام 2022.



22

لا تحسب الأوساط ذات النقاط الأربع لأن كل سنة مقسومة إلى 3 فصول، أي إن الدورات هنا ثلاثية وليست رباعية. فتحسب هنا الأوساط المتحركة ذات النقاط الثلاث.

23

العام	الشهور	المبيعات	الأوساط المتحركة
2000	1-4	30	$\frac{30+37+33}{3} = 33.3$
	5-8	37	$\frac{37+33+33}{3} = 34.3$
	9-12	33	
2001	1-4	33	$\frac{33+33+30}{3} = 32$
	5-8	30	$\frac{33+30+37}{3} = 33.3$
	9-12	37	$\frac{30+37+36}{3} = 34.3$
2002	1-4	36	$\frac{37+36+32}{3} = 35$
	5-8	32	$\frac{36+32+40}{3} = 36$
	9-12	40	

24

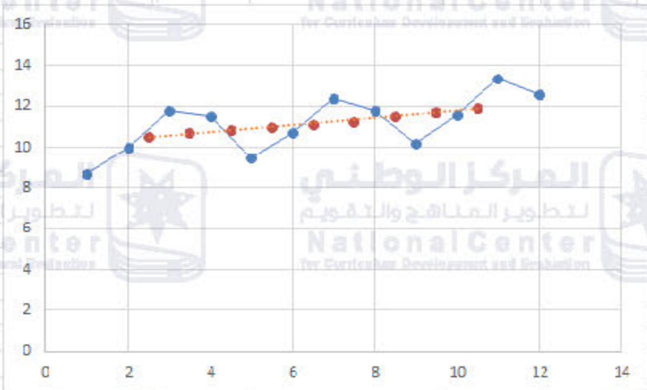
تحسب هنا الأوساط المتحركة ذات النقاط الأربع، لأن في كل أسبوع 4 أيام عمل، فالدورة الأسبوعية رباعية

معمل برمجية Excel صفحة 47

أتدرب

السؤال 1

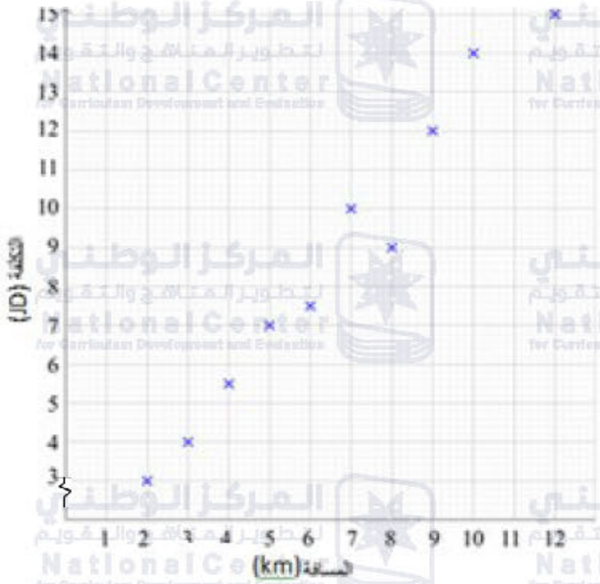
	A	B	C	D
1	الربع	المسافرون	منتصف الفترة	اوساط متحركة
2	1	8.7	2.5	10.5
3	2	10	3.5	10.7
4	3	11.8	4.5	10.875
5	4	11.5	5.5	11.025
6	5	9.5	6.5	11.1
7	6	10.7	7.5	11.275
8	7	12.4	8.5	11.5
9	8	11.8	9.5	11.75
10	9	10.2	10.5	11.95
11	10	11.6		
12	11	13.4		
13	12	12.6		



السؤال 2:

لإيجاد القيمة المتوقعة لعدد المسافرين للخارج في الربع الثاني من عام 2012 أدخل الرقم 14 في الخلية A14، وأدخل في الخلية B14 الصيغة:((=FORECAST.LINEAR(A14,B2:B13,A2:A13)، ثم أضغط على (Enter) فتظهر القيمة 13.12914 وبضربها في 10000 نجد أن من المتوقع ان يكون عدد المسافرين للخارج في الربع الثاني من عام 2012 هو: 31291 شخصًا.

	A	B
1	الربع	المسافرون
2	1	8.7
3	2	10
4	3	11.8
5	4	11.5
6	5	9.5
7	6	10.7
8	7	12.4
9	8	11.8
10	9	10.2
11	10	11.6
12	11	13.4
13	12	12.6
14	14	13.12914

اختبار نهاية الوحدة صفحة 48	
1	b
2	$m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{80}{40} = 2$ $b = \bar{y} - m\bar{x} = 8 - (2) \times 6 = -4$ $y = mx + b \Longrightarrow y = 2x - 4$ $\quad a)$
3	$200 - 50 = 150 \quad (c)$
4	$80 - 76 = 4 \quad (b)$
5	الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الأول: $8 = \frac{20-7+11}{3}$ القيمة المتوقعة: $235 + 8 = 243$ إذن، القيمة المتوقعة لمبيعات الربع الأول من عام 2025م بآلاف الدنانير هي: 243 $\quad (b)$
6	المتغير المستقل هو المسافة المتغير التابع هو التكلفة 
7	الارتباط بين المسافة والتكلفة موجب قوي، إذ كلما زادت المسافة زادت التكلفة.

8

	x	y	xy	x^2
	8	9	72	64
	6	7.5	45	36
	4	5.5	22	16
	3	4	12	9
	7	10	70	49
	9	12	108	81
	2	3	6	4
	10	14	140	100
	5	7	35	25
	12	15	180	144
المجموع	66	87	690	528

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 690 - \frac{66 \times 87}{10} = 115.8$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 528 - \frac{(66)^2}{10} = 92.4$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{66}{10} = 6.6$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{87}{10} = 8.7$$

$$m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{115.8}{92.4} \approx 1.25$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} = 8.7 - (1.25) \times 6.6 = 1.2$$

$$y = mx + b \Longrightarrow y = 1.25x + 1.2$$

9

$$y = 1.25(11) + 1.2 = 14.95$$

يتوقع أن تكون تكلفة رحلة مسافتها 11 km هي 14.95 دينار تقريبًا.

	x	y	xy	x^2	y^2
	45	65	2925	2025	4225
	70	9	6300	4900	8100
	75	100	7500	5625	10000
	15	35	525	225	1225
	40	50	2000	1600	2500
	55	45	2475	3025	2025
المجموع	300	385	21725	17400	28075

10

$$S_{xy} = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 21725 - \frac{300 \times 385}{6} = 2475$$

$$S_{xx} = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 17400 - \frac{(300)^2}{6} = 2400$$

$$S_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 28075 - \frac{(385)^2}{6} \approx 3370.83$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{2475}{\sqrt{2400 \times 3370.83}} \approx 0.87$$

بما أن معامل ارتباط بيرسون $r \approx 0.87$ ، فإن الارتباط بين عدد الوحدات المنتجة وتكاليف الإنتاج قوي موجب، ما يعني بوجه عام أنه كلما زادت عدد الوحدات المنتجة في هذا المصنع، زادت تكاليف الإنتاج الكلية

11

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{300}{6} = 50$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{385}{6} \approx 64.17$$

$$m = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{2475}{2400} \approx 1.03$$

$$b = \bar{y} - m\bar{x} = 64.17 - (1.03) \times 50 \approx 12.67$$

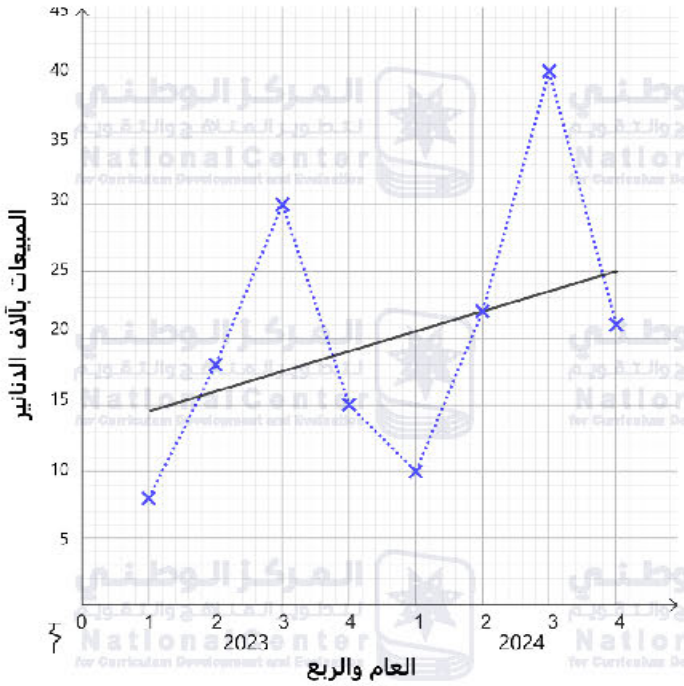
$$y = mx + b \Longrightarrow y = 1.03x + 12.67$$

12

$$y = 1.03(60) + 12.67 = 74.47$$

أضرب الناتج في 1000: $74.47 \times 1000 = 74470$

التكاليف الكلية المتوقعة لإنتاج 60000 وحدة في هذا المصنع هي 74470 دينارًا تقريبًا.

<table>
<tr><td>13</td><td>
</td></tr>
<tr><td>14</td><td>خط اتجاه البيانات العام هو من النوع الصاعد، ما يعني أن مبيعات غرف النوم لهذا المعرض مرشحة للزيادة مستقبلًا.</td></tr>
<tr><td>15</td><td>

$$M_1 = \frac{320 + 360 + 420 + 200}{4} = 325$$

$$M_2 = \frac{360 + 420 + 200 + 260}{4} = 310$$

$$M_3 = \frac{420 + 200 + 260 + 300}{4} = 295$$

$$M_4 = \frac{200 + 260 + 300 + 480}{4} = 310$$

$$M_5 = \frac{260 + 300 + 480 + 220}{4} = 315$$

$$M_6 = \frac{300 + 480 + 220 + 240}{4} = 310$$

$$M_7 = \frac{480 + 220 + 240 + 250}{4} = 297.5$$

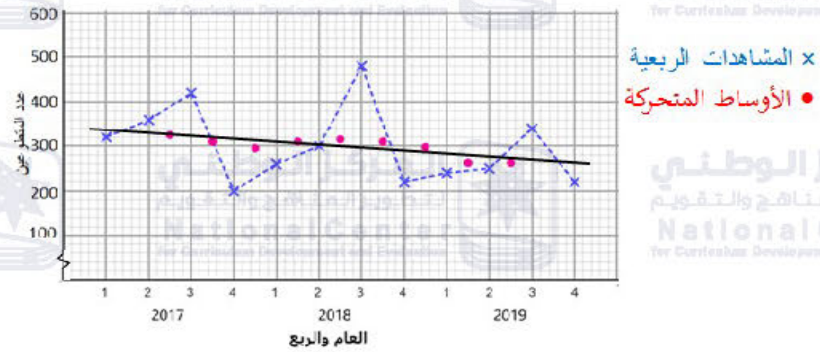
$$M_8 = \frac{220 + 240 + 250 + 340}{4} = 262.5$$

$$M_9 = \frac{240 + 250 + 340 + 220}{4} = 262.5$$

</td></tr>
</table>

16

العام	الربع	عدد المتطوعين	منتصف الفترة	الأوساط المتحركة
2017	1	320	2.5	325
	2	360	3.5	310
	3	420		
	4	200	4.5	295
2018	1	260	1.5	310
	2	300	2.5	315
	3	480		
	4	220	3.5	310
2019	1	240	4.5	297.5
	2	250	1.5	262.5
	3	340		
	4	220	2.5	262.5



17 خط اتجاه البيانات العام هو من النوع الهابط، ما يعني أن أعداد المتطوعين من طلبة المرحلة الثانوية في هذا المشروع الخيري مرشحة للنقصان مستقبلًا.

18

التباين الموسمي للقيمة 360 من العام الأول $360 - 330 = 30$

التباين الموسمي للقيمة 300 من العام الثاني $300 - 300 = 0$

التباين الموسمي للقيمة 250 من العام الثالث $250 - 270 = -20$

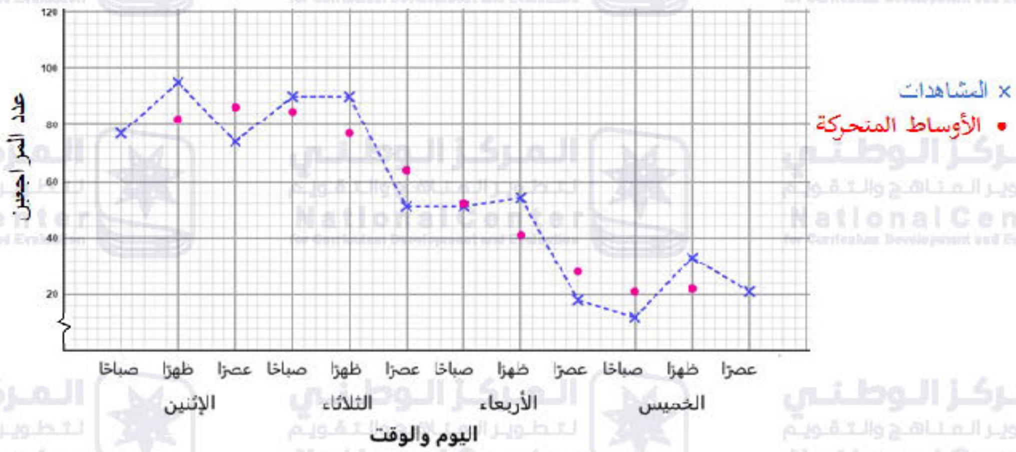
الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثاني: $\frac{30+0-20}{3} \approx 3.33$

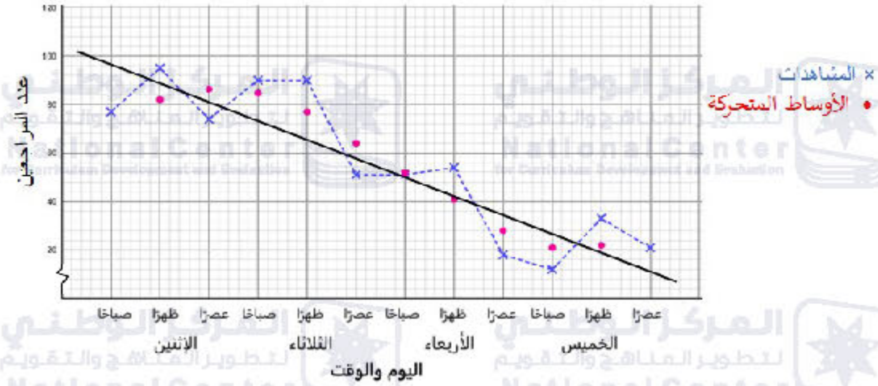
إذن، الوسط الحسابي للتباينات الموسمية للربع الثاني هو: 3 طلاب تقريبًا.

19	القيمة المتوقعة: $240 + 3 = 243$ إذن، العدد المتوقع للمتطوعين من طلبة المرحلة الثانوية في الربع الثاني من عام 2020 هو: 243 متطوعًا.
20	$M_1 = \frac{77 + 95 + 74}{3} = 82$ $M_2 = \frac{95 + 74 + 90}{3} = 86.33$ $M_3 = \frac{74 + 90 + 90}{3} = 84.67$ $M_4 = \frac{90 + 90 + 51}{3} = 77$ $M_5 = \frac{90 + 51 + 51}{3} = 64$ $M_6 = \frac{51 + 51 + 54}{3} = 52$ $M_7 = \frac{51 + 54 + 18}{3} = 41$ $M_8 = \frac{54 + 18 + 12}{3} = 28$ $M_9 = \frac{18 + 12 + 33}{3} = 21$ $M_{10} = \frac{12 + 33 + 21}{3} = 22$

21

اليوم	الوقت	عدد المراجعين	منتصف الفترة	الأوساط المتحركة ذات النقاط الثلاث
الإثنين	صباحًا	77		
	ظهرًا	95	ظهر	82
	عصرًا	74	عصر	86.33
الثلاثاء	صباحًا	90	صباح	84.67
	ظهرًا	90	ظهر	77
	عصرًا	51	عصر	64
الأربعاء	صباحًا	51	صباح	52
	ظهرًا	54	ظهر	41
	عصرًا	18	عصر	28
الخميس	صباحًا	12	صباح	21
	ظهرًا	33	ظهر	22
	عصرًا	21		



22	 خط اتجاه البيانات العام هو من النوع الهابط، ما يعني أن عدد مراجعي هذا المركز الصحي مرشح للنقصان مستقبلًا.

<table>
<tr><td colspan="2">مسألة اليوم صفحة 52</td></tr>
<tr><td colspan="2">$$P(X=20)=\left(\frac{1}{12}\right)\left(1-\frac{1}{12}\right)^{20-1}$$ $$=\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{11}{12}\right)^{19}$$ $$\approx 0.02$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">أتحقق من فهمي صفحة 54</td></tr>
<tr><td>a</td><td>- لدينا ست محاولات مستقلة
- وفي كل محاولة، يمكن اعتبار ظهور الصورة نجاحًا $(p=\frac{1}{2})$ وظهور الكتابة فشلًا
- واحتمال النجاح ثابت في كل مرة
- لكن لا يتم التوقف عند أول نجاح، بل إنه يكمل 6 محاولات مهما كانت النتائج
لذلك لا تمثل هذه التجربة تجربة احتمالية هندسية.</td></tr>
<tr><td>b</td><td>- لدينا محاولات مستقلة يتم تكرارها (محاولة إصابة الهدف)
- في كل مرة يمكن اعتبار إصابة الهدف نجاحًا، وعدم إصابته فشلًا
- احتمال النجاح في كل مرة ثابت وهو $p=0.6$
- يتم التوقف عند أول نجاح
إذن هذه تجربة احتمالية هندسية لتحقق الشروط الأربعة.</td></tr>
<tr><td colspan="2">أتحقق من فهمي صفحة 56</td></tr>
<tr><td>a</td><td>$$P(X=2)=(0.4)(1-0.4)^{2-1}$$ $$=(0.4)(0.6)$$ $$=0.24$$</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$$P(X\leq 3)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$$ $$=(0.4)(1-0.4)^{1-1}+(0.4)(1-0.4)^{2-1}+(0.4)(1-0.4)^{3-1}$$ $$=(0.4)+(0.4)(0.6)^{1}+(0.4)(0.6)^{2}$$ $$=0.784$$</td></tr>
</table>

c	$P(X > 4) = 1 - P(X \le 4)$ $= 1 - \big(P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)\big)$ $= 1 - \big((0.4) + (0.4)(0.6)^1 + (0.4)(0.6)^2 + (0.4)(0.6)^3\big)$ $= 0.1296$ حل آخر باستعمال القاعدة $P(X > x) = (1-p)^x$: $P(X > 4) = (1-p)^4 = (0.6)^4 = 0.1296$
	أتحقق من فهمي صفحة 58
a	$P(X = 10) = (0.1)(1 - 0.1)^{10-1}$ $= (0.1)(0.9)^9$ ≈ 0.039
b	$P(X > 3) = (1 - 0.1)^3 = (0.9)^3 = 0.729$
	أتحقق من فهمي صفحة 59
	بما أن الطفل يكرر فتح العلب حتى يصل إلى علبة فيها لعبة، فيمكن اعتبار X عدد المحاولات متغيرًا عشوائيًا هندسيًا، أي: $X \sim Geo\left(\frac{1}{4}\right) \Rightarrow E(X) = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 59
1	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمل التجربة على محاولات متكررة (تجيب أسماء عن عدة أسئلة) ومستقلة (الإجابة عن سؤال بشكل صحيح أو غير صحيح لا يؤثر في صحة الإجابة عن الأسئلة الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (الإجابة بشكل صحيح)أو فشل (الإجابة بشكل غير صحيح)، هذا الشرط محقق - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.2 ، هذا شرط محقق الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو غير محقق، لأن أسماء ستتوقف بعد الإجابة عن الأسئلة جميعها. إذن، هذه التجربة العشوائية لا تمثل تجربة احتمالية هندسية.

2	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تم رمي كرة السلة عدة مرات) ومستقلة (إحراز هدف أو عدمه في كل مرة لا يؤثر في نتيجة إحرازه في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (إحراز الهدف)أو فشل (عدم إحراز الهدف)، هذا الشرط محقق - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.3 ، هذا شرط محقق - الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو محقق، لأن اللاعب سيتوقف بعد إحراز الهدف لأول مرّة. إذن، هذه التجربة العشوائية تمثل تجربة احتمالية هندسية.
3	$P(X=2)=(0.2)(1-0.2)^{2-1}$ $=(0.2)(0.8)^1$ $=0.16$
4	$P(X\leq 3)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$ $=(0.2)(0.8)^0+(0.2)(0.8)^1+(0.2)(0.8)^2$ $=0.488$
5	$P(X\geq 3)=1-P(X<3)$ $=1-\left(P(X=1)+P(X=2)\right)$ $=1-\left((0.2)(0.8)^0+(0.2)(0.8)^1\right)$ $=0.64$ حلّ آخر: $P(X\geq 3)=P(X>2)=(1-0.2)^2=(0.8)^2=0.64$
6	$P(3\leq X\leq 5)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$ $=(0.2)(0.8)^2+(0.2)(0.8)^3+(0.2)(0.8)^4$ ≈ 0.312
7	$P(X<4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$ $=(0.2)(0.8)^0+(0.2)(0.8)^1+(0.2)(0.8)^2$ $=0.488$
8	$P(X>4)=(0.8)^4\approx 0.410$

9	$P(1 < X < 3) = P(X = 2)$ $= (0.2)(0.8)^1$ $= 0.16$
10	$P(4 < X \leq 6) = P(X = 5) + P(X = 6)$ $= (0.2)(0.8)^4 + (0.2)(0.8)^5$ ≈ 0.147
11	$P(X < 1) = 0$
12	$P(X = 6) = \left(\frac{1}{8}\right)\left(1 - \frac{1}{8}\right)^{6-1}$ $= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^5$ $= \frac{16807}{262144} \approx 0.064$
13	$E(X) = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3} \approx 3.33$
14	$E(X) = \frac{1}{\frac{3}{7}} = \frac{7}{3} \approx 2.33$
15	$E(X) = \frac{1}{0.45} = \frac{100}{45} \approx 2.22$
16	$E(X) = \frac{1}{0.2} = 5$
17	$P(X > 3) = 0.512 \Rightarrow (1-p)^3 = 0.512 \Rightarrow 1 - p = 0.8 \Rightarrow p = 0.2$ $E(X) = \frac{1}{0.2} = 5$
18	$E(X) = 8 \Rightarrow \frac{1}{p} = 8 \Rightarrow p = \frac{1}{8}$ $P(X < 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)$ $= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^0 + \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^1 + \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^2$ ≈ 0.33

19	$P(X=5)=(0.1)(1-0.1)^{5-1}$ $=(0.1)(0.9)^4$ ≈ 0.066 احتمال أن يجد مراقب الجودة أول وحدة إنارة معيبة بعد فحص 5 وحدات إنارة هو0.066 تقريبًا
20	$P(X>4)=1-P(X\leq 4)$ $=1-\big(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)\big)$ $=1-\big((0.1)(0.9)^0+(0.1)(0.9)^1+(0.1)(0.9)^2+(0.1)(0.9)^3\big)$ $=0.6561$ احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من 4 وحدات إنارة حتى إيجاد أول وحدة معيبة هو 0.6561 حل آخر: $P(X>4)=(1-0.1)^4=(0.9)^4=0.6561$
21	$E(X)=\dfrac{1}{0.10}=10$ إذن، يُتوقع أن يفحص مراقب الجودة 10 وحدات إنارة حتى يجد أول وحدة إنارة معيبة.
22	- لدينا محاولات مستقلة يتم تكرارها (تدوير مؤشر القرص وملاحظة أين يقف) - في كل محاولة يمكن اعتبار توقف المؤشر على اللون الأخضر نجاحًا، توقفه عند أي لون غير الأخضر فشلًا - احتمال النجاح في كل مرة ثابت وهو $p=\frac{1}{4}$ - يتم التوقف عند أول نجاح إذن هذه تجربة احتمالية هندسية لتحقق الشروط الأربعة. X عدد المحاولات للوصول إلى أول نجاح $X\sim Geo\left(\frac{1}{4}\right)\Rightarrow P(X=3)=\left(\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)^{3-1}=\frac{9}{64}$
23	$P(X\leq 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$ $=\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^0+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^1+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^3$ $=\frac{1}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{64}+\frac{27}{256}=\frac{175}{256}\approx 0.684$

24	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$ $= 1 - \big(P(X=1) + P(X=2)\big)$ $= 1 - \left(\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^0 + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^1\right)$ $= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{16}\right) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \approx 0.563$ حل آخر: $P(X \geq 3) = P(X > 2) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \approx 0.563$
25	$P(X = 3) = \left(\frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)^{3-1}$ $= \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2$ $= \frac{25}{216}$
26	$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$ $= 1 - \big(P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)\big)$ $= 1 - \left(\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^0 + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^1 + \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)$ $= \frac{125}{216}$ حل آخر: $P(X > 3) = (1 - \frac{1}{6})^3 = (\frac{5}{6})^3 = \frac{125}{216}$

27	الخطأ الذي وقعت فيه لانا هو أنها وضعت الأس 2 على احتمال الفشل $(1-p)$ والصحيح أن يكون الأس أقلّ من x بواحد أي: $x-1$، ويكون الحل الصيح كما يأتي: $P(X=2)=\left(\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)^{2-1}$ $=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{1}$ $=\frac{6}{25}$
28	$P(X>3)=1-P(X\leq 3)$ $=1-\frac{819}{1331}$ $=\frac{512}{1331}$
29	$P(X=2)=0.21 \Rightarrow p(1-p)^{2-1}=0.21$ $\Rightarrow p(1-p)=0.21$ $\Rightarrow p-p^2=0.21$ $\Rightarrow p^2-p+0.21=0$ $\Rightarrow (p-0.7)(p-0.3)=0$ $\Rightarrow p=0.7 \ ,\ p=0.3$ لكن $p>0.5$، إذن: $p=0.7$ $P(X=4)=0.7(1-0.7)^3\approx 0.019$

الدرس الثاني: توزيع ذي الحدين

	مسألة اليوم صفحة 62
	$P(X=4)=\binom{7}{4}(0.6)^4(0.4)^3$ $=0.2903$
	أتحقق من فهمي صفحة 63
a	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمل التجربة على محاولات متكررة (تم إلقاء حجر النرد 20 مرة) وبما أن إلقاء الحجر في كل مرة منها لا يؤثر في نتيجة إلقاء الحجر في المرات الأخرى، فإن هذه المحاولات مستقلة. - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 1) أو الفشل (عدم ظهور العدد 1) - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، و هو $\frac{1}{6}$ - الشرط الرابع: وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة وهو 20 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
b	تتضمن هذه التجربة محاولات متكررة (اختيار 7 أشخاص)، وبما أن اختيار كل شخص يتأثر بنتائج اختيار الأشخاص السابقين له، فإن هذه المحاولات غير مستقلة. إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
	أتحقق من فهمي صفحة 65
a	$P(X=4)=\binom{5}{4}(0.1)^4(0.9)^1$ $=0.00045$
b	$P(X=6)=0$
c	$P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$ $=\binom{5}{0}(0.1)^0(0.9)^5+\binom{5}{1}(0.1)^1(0.9)^4+\binom{5}{2}(0.1)^2(0.9)^3$ $=0.99144$
d	$P(X>2)=1-P(X\leq 2)$ $=1-0.99144$ $=0.00856$

أتحقق من فهمي صفحة 66	
a	التجربة العشوائية المذكورة هي ذات حدين، لأن هناك محاولات مستقلة متكررة (ضغط زر)، والنجاح هو الضغط على أحد أزرار العمليات الحسابية الأساسية ، والفشل هو الضغط على زر من باقي الأزرار، احتمال النجاح كل مرة ثابت وهو $p = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$، وعدد المحاولات محدد سلفًا هو $n = 20$ ليكن X عدد مرات النجاح، $\Rightarrow X \sim B\left(20, \frac{1}{4}\right)$ $P(X=3) = \binom{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(1-\frac{1}{4}\right)^{20-3} = \binom{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^{17} \approx 0.134$
b	$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$ $= 1 - P(X = 0)$ $= 1 - \binom{20}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\left(1-\frac{1}{4}\right)^{20} \approx 0.9968$
أتحقق من فهمي صفحة 67	
	ليكن X عدد السيارات التي فيها عطل ضمن الألف سيارة، إذن، $X \sim B(1000, 0.05)$ $E(X) = np = 1000 \times \frac{5}{100} = 50$ إذن، يتوقع أن تكون في هذه الشحنة من السيارات خمسون سيارة بها هذا العطل الميكانيكي.
أتحقق من فهمي صفحة 68	
a	$E(X) = 400 \times \frac{3}{8} = 150$
b	$Var(X) = 400 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{375}{4}$
أتدرب وأحل المسائل صفحة 69	
1	نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين: 1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء قطعة النقد 80 مرّة)، وبما أن نتيجة إلقاء قطعة النقد لا تؤثر في نتيجة إلقائها في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة. 2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور الكتابة)، أو الفشل (عدم ظهور الكتابة). 3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{2}$ 4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 80 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

2	نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين: 1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء حجر النرد 20 مرّة)، وبما أن نتيجة إلقاء حجر النرد لا تؤثر في نتيجة إلقائه في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة. 2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 4)، أو الفشل (عدم ظهور العدد 4). 3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{6}$ 4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 20 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
3	بما أن عدد المحاولات في هذه التجربة غير محدد، إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
4	$X \sim B(17, 0.64)$
5	$P(X=2) = \binom{10}{2}(0.2)^2(0.8)^8$ ≈ 0.302
6	$P(X=5) = \binom{10}{5}(0.2)^5(0.8)^5$ ≈ 0.026
7	$P(X<3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$ $= \binom{10}{0}(0.2)^0(0.8)^{10} + \binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9 + \binom{10}{2}(0.2)^2(0.8)^8$ ≈ 0.678
8	$P(X \le 7) = 1 - \big(P(X=8) + P(X=9) + P(X=10)\big)$ $= 1 - \left(\binom{10}{8}(0.2)^8(0.8)^2 + \binom{10}{9}(0.2)^9(0.8)^1 + \binom{10}{10}(0.2)^{10}(0.8)^0\right)$ ≈ 1
9	$P(X \ge 2) = 1 - \big(P(X=0) + P(X=1)\big)$ $= 1 - \left(\binom{10}{0}(0.2)^0(0.8)^{10} + \binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9\right)$ ≈ 0.624

10	$P(2 < X \leq 8) = P(X=3) + P(X=4) + \cdots + P(X=8)$ $= 1 - \left(P(X=0) + P(X=1) + P(X=9) + P(X=10)\right)$ $= 1 - \left((0.8)^{10} + \binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9 + \binom{10}{9}(0.2)^9(0.8)^1 + (0.2)^{10}\right)$ ≈ 0.624
11	$P(X=1) = \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $= \frac{2}{9}$
12	$P(X>1) = 1 - P(X \leq 1)$ $= 1 - \left(P(X=0) + P(X=1)\right)$ $= 1 - \left(\binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)$ $= \frac{20}{27}$ **طريقة ثانية:** $P(X>1) = P(X=2) + P(X=3) = \binom{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \binom{3}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{20}{27}$
13	$P(0 \leq X < 2) = P(X=0) + P(X=1)$ $= \binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $= \frac{7}{27}$
14	إذا كان X يدل على عدد المرات التي يواجه الطيار فيها صعوبة في الرؤيا، فإن: $X \sim B\left(20, \frac{1}{4}\right)$ $P(X=3) = \binom{20}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^{17} \approx 0.134$

15	$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \left(P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)\right)$ $= 1 - \left(\binom{20}{0}\left(\frac{1}{4}\right)^0\left(\frac{3}{4}\right)^{20} + \binom{20}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^{19} + \binom{20}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^{18}\right)$ ≈ 0.909
16	$P(X = 20) = \binom{20}{20}\left(\frac{1}{4}\right)^{20}\left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^{20}$
17	$E(X) = np = (20)\left(\frac{1}{4}\right) = 5$ إذن، يتوقع أن يواجه الطيار صعوبة في الرؤيا 5 مرات.
18	$E(X) = 5(0.1) = 0.5$ $Var(X) = 5(0.1)(0.9) = 0.45$
19	$E(X) = 20\left(\frac{3}{8}\right) = 7.5$ $Var(X) = 20\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{5}{8}\right) = 4.6875$
20	$P(X = 3) = \binom{50}{3}(0.12)^3(0.88)^{47}$ ≈ 0.083
21	$E(X) = 50(0.12) = 6$
22	$Var(X) = 50(0.12)(0.88) = 5.28$
23	$E(X) = 400 \times 0.3 = 120$

24	$E(X) = 1.4 \Rightarrow np = 1.4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$ $Var(X) = 1.12 \Rightarrow np(1-p) = 1.12 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$ $\Rightarrow \frac{np(1-p)}{np} = \frac{1.12}{1.4} = \frac{4}{5}$ $\Rightarrow 5 - 5p = 4$ $\Rightarrow p = \frac{1}{5} \quad , \quad n = 7$ $P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 7)$ $= \binom{7}{6}\left(\frac{1}{5}\right)^6\left(\frac{4}{5}\right)^1 + \binom{7}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^7\left(\frac{4}{5}\right)^0$ $= 28\left(\frac{1}{5}\right)^7 + \left(\frac{1}{5}\right)^7 \approx 0.0003712$
25	$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$ $= 1 - P(X = 0)$ $= 1 - \binom{3}{0}(p)^0(1-p)^3$ $\Rightarrow \frac{215}{216} = 1 - \binom{3}{0}(p)^0(1-p)^3$ $\Rightarrow \frac{215}{216} = 1 - (1-p)^3$ $\Rightarrow (1-p)^3 = 1 - \frac{215}{216}$ $\Rightarrow (1-p)^3 = \frac{1}{216}$ $\Rightarrow 1 - p = \frac{1}{6}$ $\Rightarrow p = 1 - \frac{1}{6}$ $\Rightarrow p = \frac{5}{6}$ $P(X = 2) = \binom{3}{2}\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^1 = \frac{25}{72}$

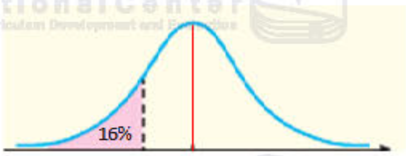
26	$Var(X) = 100p(1-p) \quad \Longrightarrow 24 = 100p(1-p)$ $\Longrightarrow 24 = 100p - 100p^2$ $\Longrightarrow 100p^2 - 100p + 24 = 0$ $\Longrightarrow 25p^2 - 25p + 6 = 0$ $\Longrightarrow (5p-3)(5p-2) = 0$ $\Longrightarrow p = \frac{3}{5}\ ,\ p = \frac{2}{5}$
27	بما أن لكل فقرة 4 علامات، وحصل رامي على العلامة 76، معناه أن رامي قد أجاب بشكل صحيح على 19 فقرة من أصل 25 فقرة في هذا الاختبار. بما أن كل فقرة لها 4 بدائل واحدة منها فقط صحيحة، إذن احتمال اختيار البديل الصحيح هو $\frac{1}{4}$ $P(X=19) = \binom{25}{19}\left(\frac{1}{4}\right)^{19}\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ $= 0.00000011467$

الدرس الثالث: التوزيع الطبيعي

مسألة اليوم صفحة 71	
	$P(X < 80) = P(X < \mu - \sigma) = 0.34$
أتحقق من فهمي صفحة 75	
a	النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي هي 50%
b	النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم و الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68% (وهم المجموعة التي أطوالها تتراوح أطوالهم بين $\mu - \sigma$، و $\mu + \sigma$)
c	النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 47.5%(وهم المجموعة الذين تتراوح أطوالهم بين $\mu - 2\sigma$، و μ)
d	النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 97.35% (وهم المجموعة الذين تتراوح أطوالهم بين $\mu - 3\sigma$، و $\mu + 2\sigma$)
أتحقق من فهمي صفحة 77	
a	قيمة الوسط الحسابي هي $\mu = 55$ ، وقيمة الانحراف المعياري هي $\sigma = \sqrt{121} = 11$ $P(X < 55) = P(X < \mu)$ $= 0.5$
b	$P(55 < X < 66) = P(55 < X < 55 + 11)$ $= P(\mu < X < \mu + \sigma)$ $= 0.34$
c	$P(X > 77) = P\big(X > 55 + 2(11)\big)$ $= P(X > \mu + 2\sigma)$ $= 2.35\% + 0.15\%$ $= 2.5\%$ $= 0.025$
أتحقق من فهمي صفحة 88	
a	$P(X > 30) = P(X > \mu) = 0.5$
b	$P(29.6 < X < 30.4) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.68$
c	$P(29.2 < X < 30) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu) = \frac{1}{2}(95\%) = 47.5\% = 0.475$

d	$P(29.2 < X < 30.4) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma)$ $= \frac{1}{2}(0.95) + \frac{1}{2}(0.68) = 0.815$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 79
1	النسبة المئوية للعلامات التي تقع فوق الوسط الحسابي هي 50%
2	النسبة المئوية للعلامات التي لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68%
3	النسبة المئوية للعلامات الذين تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 47.5%
4	النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية هي 83.85% وهي 34% + (99.7% ÷2)
5	$P(\mu - 3\sigma < X < \mu - \sigma) = 2.35\% + 13.5\%$ $= 15.85\%$
6	$P(\mu - 2\sigma < X < \mu - \sigma) + P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) = 13.5\% + 13.5\%$ $= 27\%$
7	$P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = 34\% + 13.5\%$ $= 47.5\%$
8	$P(\mu - 2\sigma < X < \mu - \sigma) + P(\mu < X < \mu + \sigma) = 13.5\% + 34\%$ $= 47.5\%$
9	$A: \mu = 15 \quad , \sigma = 2$ $B: \mu = 12 \quad , \sigma = 3$ التوزيع A أقل تشتتًا وهو يضيق في وسطه، بينما يتوسع وسط التوزيع B، فيكون $\sigma_A < \sigma_B$
10	$\mu = 79 \quad , \sigma = \sqrt{144} = 12$ $P(X < 79) = P(X < \mu)$ $= 0.5$
11	$P(67 < X < 91) = P(79 - 12 < X < 79 + 12)$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 0.34 + 0.34$ $= 0.68$

12	$P(X > 91) = P(X > 79 + 12)$ $= P(X > \mu + \sigma)$ $= 50\% - 34\%$ $= 16\%$ $= 0.16$
13	$P(X > 103) = P\big(X > 79 + 2(12)\big)$ $= P(X > \mu + 2\sigma)$ $= 50\% - 47.5\%$ $= 2.5\%$ $= 0.025$
14	$P(43 < X < 115) = P\big(79 - 3(12) < X < 79 + 3(12)\big)$ $= P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$ $= 99.7\%$ $= 0.997$
15	$P(X < 43) = P\big(X < 79 - 3(12)\big)$ $= P(X < \mu - 3\sigma)$ $= 0.15\%$ $= 0.0015$
16	$P(X < 167) = 0.5$
17	$P(159 < X < 167) = P(\mu - \sigma < X < \mu) = 0.34$
18	$P(151 < X < 175) = P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma) = 0.34 + 0.475 = 0.815$
19	$\mu = 50 \ , \sigma = 2$ $P(X > 54) = P\big(X > 50 + 2(2)\big)$ $= P(X > \mu + 2\sigma)$ $= 50\% - 4.5\%$ $= 2.5\%$ $= 0.025$ احتمال أن تكون كتلة الكيس أكثر من 54 kg هو 0.025

20	$P(44 < X < 52) = P(50 - 3(2) < X < 50 + 2)$ $= P(\mu - 3\sigma < X < \mu + \sigma)$ $= \frac{1}{2}(99.7\%) + 34\%$ $= 49.85\% + 34\% = 83.85\%$ $= 0.8385$ احتمال أن تتراوح كتلة الكيس بين 44 kg و 52 kg هو0.8385
21	أخطأ يوسف في تحديد قيمة الوسط والانحراف المعياري،والصحيح أن الانحراف المعياري يساوي الجذر التربيعي للمقدار الأيمن بين القوسين، والوسط الحسابي هو المقدار الأيسر. إن $X\sim N(4^2, t^2)$ متغير عشوائي طبيعي، وسطه الحسابي = 164^2 ، وانحرافه المعياري: $\sqrt{t^2} = \mathrm{t}$
22	نعلم أن 68% من البيانات في التوزيع الطبيعي تنحصر بين $\mu - \sigma$، و$\mu + \sigma$ ، وبما أن 68% من اطوال الأفاعي تنحصر بين 93 cm، و 107 cm فإن 93 و 107 هما $\mu - \sigma$، و$\mu + \sigma$ ، ومنه : $\mu - \sigma = 93 \Rightarrow 100 - \sigma = 93 \Rightarrow \sigma = 100 - 93 = 7$ ومنه فإن: $\sigma^2 = (7)^2 = 49$
23	من خاصية التماثل في التوزيع الطبيعي نعلم أن نسبة البيانات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار ما تساوي نسبة البيانات التي تقل عن الوسط الحسابي بالمقدار نفسه. أي أنّ: $P(X \leq \mu + a) = P(X \geq \mu - a)$ $\Rightarrow P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = P(X \geq \mu - a) + P(X \leq \mu + a)$ $= 2 \times P(X \leq \mu + a) = 2 \times 0.23 = 0.46$
24	تمثل نسبة غير الناجحين المساحة في الطرف الأيسر من منحنى التوزيع الطبيعي إلى يسار علامة النجاح كما هو مبين في الرسم الآتي:  فتكون نسبة الناجحين الذين علاماتهم أقلّ من الوسط الحسابي هي: $50\% - 16\% = 34\%$ ونعلم من القاعدة التجريبية أن 34% هي نسبة المساحة بين الوسط الحسابي μ ، و $\mu - \sigma$ ذن ، علامة النجاح هي: $\mu - \sigma = 68 - 15 = 53$

الدرس الرابع: التوزيع الطبيعي المعياري

مسألة اليوم صفحة 81	
	$P(Z > 0.8) = 1 - P(Z < 0.8)$ $= 1 - 0.7881$ $= 0.2119$
أتحقق من فهمي صفحة 83	
a	$P(Z < 0.69) = 0.7549$
b	$P(Z < 3.05) = 0.9989$
c	$P(Z > -1.67) = P(Z < 1.67)$ $= 0.9525$
d	$P(Z > -2.88) = P(Z < 2.88)$ $= 0.9980$
أتحقق من فهمي صفحة 84	
a	$P(Z > 2.56) = 1 - P(Z < 2.56)$ $= 1 - 0.9948$ $= 0.0052$
b	$P(Z > 1.01) = 1 - P(Z < 1.01)$ $= 1 - 0.8438$ $= 0.1562$
c	$P(Z < -0.09) = 1 - P(Z < 0.09)$ $= 1 - 0.5359$ $= 0.4641$
d	$P(Z < -1.52) = 1 - P(Z < 1.52)$ $= 1 - 0.9357$ $= 0.0643$
أتحقق من فهمي صفحة 85	
a	$P(0 < Z < 0.33) = P(Z < 0.33) - P(Z < 0)$ $= 0.6293 - 0.5$ $= 0.1293$

<table>
<tr><td>b</td><td>$P(-1 < Z < 1.25) = P(Z < 1.25) - P(Z < -1)$
$= P(Z < 1.25) - (1 - P(Z < 1))$
$= 0.8944 - (1 - 0.8413)$
$= 0.8944 - 0.1587$
$= 0.7357$</td></tr>
<tr><td colspan="2">أتحقق من فهمي صفحة 89</td></tr>
<tr><td>a</td><td>$P(Z < a) = 0.9788$
الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي.
بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a موجبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة z
$P(Z < a) = P(Z < z)$
$\Rightarrow 0.9788 = P(Z < z)$
$\Rightarrow z = 2.03$
$\Rightarrow a = 2.03$</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$P(Z < a) = 0.25$
الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي.
بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن a سالبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة $-z$
$P(Z < a) = P(Z < -z)$
$\Rightarrow 0.25 = P(Z < -z)$
$\Rightarrow 0.25 = 1 - P(Z < z)$
$P(Z < z) = 1 - 0.25$
$P(Z < z) = 0.75$
$\Rightarrow z = 0.67$
$\Rightarrow a = -0.67$</td></tr>
</table>

c	$P(Z > a) = 0.9738$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a سالبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة $-z$ $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.9738 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.9738 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.9738$ $\Rightarrow z = 1.94$ $\Rightarrow a = -1.94$
d	$P(Z > a) = 0.2$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن a موجبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة z $P(Z > a) = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.2 = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.2 = 1 - P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.2$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.8$ $\Rightarrow z = 0.84$ $\Rightarrow a = 0.84$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 90
1	$P(Z < 0.68) = 0.7517$
2	$P(Z < 1.54) = 0.9382$
3	$P(Z > 0.27) = 1 - P(Z < 0.27)$ $= 1 - 0.6064$ $= 0.3936$
4	$P(0.49 < Z < 2.9) = P(Z < 2.9) - P(Z < 0.49)$ $= 0.9981 - 0.6879$ $= 0.3102$

5	$P(-0.08 < Z < 0.8) = P(Z < 0.8) - P(Z < -0.08)$ $= P(Z < 0.8) - (1 - P(Z < 0.08))$ $= 0.7881 - (1 - 0.5319)$ $= 0.7881 - 0.4681$ $= 0.3200$
6	$P(0 < Z < 1.07) = P(Z < 1.07) - P(Z < 0)$ $= 0.8577 - 0.5$ $= 0.3577$
7	$P(Z < -1.25) = 1 - P(Z < 1.25)$ $= 1 - 0.8944$ $= 0.1056$
8	$P(Z > -1.99) = P(Z < 1.99)$ $= 0.9767$
9	$P(-0.5 < Z < 0) = P(Z < 0) - P(Z < -0.5)$ $= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 0.5))$ $= 0.5 - (1 - 0.6915)$ $= 0.5 - 0.3085$ $= 0.1915$
10	$P(Z < 0.43) = 0.6664$
11	$P(Z > 3.08) = 1 - P(Z < 3.08)$ $= 1 - 0.9990$ $= 0.0010$
12	$P(Z < -2.03) = 1 - P(Z < 2.03)$ $= 1 - 0.9788$ $= 0.0212$
13	$P(Z > 2.2) = 1 - P(Z < 2.2)$ $= 1 - 0.9861$ $= 0.0139$

14	$P(-0.72 < Z < 3.26) = P(Z < 3.26) - P(Z < -0.72)$ $= P(Z < 3.26) - \left(1 - P(Z < 0.72)\right)$ $= 0.9994 - (1 - 0.7642)$ $= 0.9994 - 0.2358$ $= 0.7636$
15	$P(1.5 < Z < 2.5) = P(Z < 2.5) - P(Z < 1.5)$ $= 0.9938 - 0.9332$ $= 0.0606$
16	$P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$
17	$P(-2.25 < Z < 0) = P(Z < 0) - P(Z < -2.25)$ $= P(Z < 0) - \left(1 - P(Z < 2.25)\right)$ $= 0.5 - (1 - 0.9878)$ $= 0.5000 - 0.0122$ $= 0.4878$
18	$P(Z < a) = 0.7642$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a موجبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة z $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.7642 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 0.72$ $\Rightarrow a = 0.72$

19	$P(Z < a) = 0.13$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن a سالبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة $-z$ $P(Z < a) = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.13 = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.13 = 1 - P(Z < z)$ $P(Z < z) = 1 - 0.13$ $P(Z < z) = 0.87$ $\Rightarrow z = 1.12$ $\Rightarrow a = -1.12$
20	$P(Z > a) = 0.8531$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a سالبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة $-z$ $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.8531 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.8531 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.8531$ $\Rightarrow z = 1.05$ $\Rightarrow a = -1.05$
21	$P(Z > a) = 0.372$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن a موجبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة z $P(Z > a) = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.372 = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.372 = 1 - P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.372$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.628$ $\Rightarrow z = 0.32$ $\Rightarrow a = 0.32$

22	أخطأت روان في جميع مواقع الرموز والأعداد. فرمز المتغير العشوائي الطبيعي المعياري هو **Z** ، ويوضع في أقصى اليسار، ونوع المتغير طبيعي **N** يوضع بعد ~، والوسط الحسابي 0 يوضع في يسار الزوج المرتب، ويكتب التباين الذي هو مربع الانحراف المعياري في يمين الزوج المرتب. فالتعبير الصحيح عن المتغير العشوائي الطبيعي المعياري هو: $Z \sim N(0,1)$ أو $Z \sim N(0,1^2)$
23	$P(-a < Z < a) = P(Z < a) - P(Z < -a)$ $= P(Z < a) - \big(1 - P(Z < a)\big)$ $= P(Z < a) - 1 + P(Z < a)$ $= 2P(Z < a) - 1$
24	$P(0 < Z < a) = 0.45$ $\Rightarrow P(Z < a) - P(Z < 0) = 0.45$ $\Rightarrow P(Z < a) - 0.5 = 0.45$ $\Rightarrow P(Z < a) = 0.95$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a موجبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة z $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.95 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 1.64$ $\Rightarrow a = 1.64$

25	$P(-a < Z < a) = 0.1272$ $\Rightarrow P(Z < a) - P(Z < -a) = 0.1272$ $\Rightarrow P(Z < a) - 1 + P(Z < a) = 0.1272$ $\Rightarrow 2P(Z < a) - 1 = 0.1272$ $\Rightarrow 2P(Z < a) = 1.1272$ $\Rightarrow P(Z < a) = 0.5636$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a موجبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة z $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.5636 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 0.16$ $\Rightarrow a = 0.16$

الدرس الخامس: احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول

<table>
<tr><td colspan="2">مسألة اليوم صفحة 91</td></tr>
<tr><td colspan="2">$P(X > 6) = P\left(Z > \frac{6-4.5}{0.8}\right)$
$= P(Z > 1.875)2$
$= 1 - P(Z < 1.88)$
$= 1 - 0.9699$
$= 0.0301$</td></tr>
<tr><td colspan="2">أتحقق من فهمي صفحة 92</td></tr>
<tr><td>a</td><td>$z = \frac{24-15}{4}$
$= 2.25$</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$z = \frac{10-15}{4}$
$= -1.25$</td></tr>
<tr><td colspan="2">أتحقق من فهمي صفحة 94</td></tr>
<tr><td>a</td><td>$X \sim N(7, 0.5^2)$
$P(X < 7.7) = P\left(Z < \frac{7.7-7}{0.5}\right)$
$= P(Z < 1.4)$
$= 0.9192$</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$P(X > 6.1) = P\left(Z > \frac{6.1-7}{0.5}\right)$
$= P(Z > -1.8)$
$= P(Z < 1.8)$
$= 0.9641$</td></tr>
<tr><td>c</td><td>$P(X > 8.2) = P\left(Z > \frac{8.2-7}{0.5}\right)$
$= P(Z > 2.4)$
$= 1 - P(Z < 2.4)$
$= 1 - 0.9918 = 0.0082$</td></tr>
</table>

d	$P(6 < X < 7.1) = P\left(\frac{6-7}{0.5} < Z < \frac{7.1-7}{0.5}\right)$ $= P(-2 < Z < 0.2)$ $= P(Z < 0.2) - P(Z < -2)$ $= P(Z < 0.2) - (1 - P(Z < 2))$ $= 0.5793 - (1 - 0.9772)$ $= 0.5793 - 0.0228$ $= 0.5565$
أتحقق من فهمي صفحة 96	
a	$X \sim N(90, 5^2)$ $P(X < 80) = P\left(Z < \frac{80-90}{5}\right)$ $= P(Z < -2)$ $= 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$ نسبة ثمار البندورة التي تقل كتلة كل منها عن 80 g هي 0.0228 أو 2.28%
b	$P(X > 100) = P\left(Z > \frac{100-90}{5}\right)$ $= P(Z > 2)$ $= 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$ نسبة ثمار البندورة التي تزيد كتلة كل منها عن 100 g هي 0.0228 $n = 200 \times 0.0228 = 4.56 \approx 5$ عدد ثمار البندورة التي تزيد كتلة كل منها عن 100 g هو 5 حبات تقريبًا.
أتدرب وأحل المسائل صفحة 96	
1	$z = \frac{239 - 224}{6}$ $= 2.5$

2	$z = \dfrac{200 - 224}{6}$ $= -4$
3	$z = \dfrac{224 - 224}{6}$ $= 0$
4	$X \sim N(30, 10^2)$ $P(X < 35) = P\left(Z < \dfrac{35 - 30}{10}\right)$ $= P(Z < 0.5)$ $= 0.6915$
5	$P(X > 38) = P\left(Z > \dfrac{38 - 30}{10}\right)$ $= P(Z > 0.8)$ $= 1 - P(Z < 0.8)$ $= 1 - 0.7881$ $= 0.2119$
6	$P(35 < X < 40) = P\left(\dfrac{35 - 30}{10} < Z < \dfrac{40 - 30}{10}\right)$ $= P(0.5 < Z < 1)$ $= P(Z < 1) - P(Z < 0.5)$ $= 0.8413 - 0.6915$ $= 0.1498$
7	$P(X < 20) = P\left(Z < \dfrac{20 - 30}{10}\right)$ $= P(Z < -1)$ $= 1 - P(Z < 1)$ $= 1 - 0.8413$ $= 0.1587$

8	$P(15 < X < 32) = P\left(\frac{15-30}{10} < Z < \frac{32-30}{10}\right)$ $= P(-1.5 < Z < 0.2)$ $= P(Z < 0.2) - P(Z < -1.5)$ $= P(Z < 0.2) - \left(1 - P(Z < 1.5)\right)$ $= 0.5793 - (1 - 0.9332)$ $= 0.5793 - 0.0668$ $= 0.5125$
9	$P(17 < X < 19) = P\left(\frac{17-30}{10} < Z < \frac{19-30}{10}\right)$ $= P(-1.3 < Z < -1.1)$ $= P(Z < -1.1) - P(Z < -1.3)$ $= 1 - P(Z < 1.1) - (1 - P(Z < 1.3))$ $= P(Z < 1.3) - P(Z < 1.1)$ $= 0.9032 - 0.8643$ $= 0.0389$
10	$X \sim N(154, 12^2)$ $P(X < 154) = P\left(Z < \frac{154-154}{12}\right)$ $= P(Z < 0)$ $= 0.5$
11	$P(X > 160) = P\left(Z > \frac{160-154}{12}\right)$ $= P(Z > 0.5)$ $= 1 - P(Z < 0.5)$ $= 1 - 0.6915$ $= 0.3085$

12	$P(140 < X < 155) = P\left(\frac{140-154}{12} < Z < \frac{155-154}{12}\right)$ $= P(-1.17 < Z < 0.08)$ $= P(Z < 0.08) - P(Z < -1.17)$ $= P(Z < 0.08) - \left(1 - P(Z < 1.17)\right)$ $= 0.5319 - (1 - 0.8790)$ $= 0.5319 - 0.1210$ $= 0.4109$
13	$P(X < 123) = P\left(Z < \frac{123-127}{16}\right)$ $= P(Z < -0.25)$ $= 1 - P(Z < 0.25)$ $= 1 - 0.5987$ $= 0.4013$
14	$X \sim N(25, 1.5^2)$ $P(X > 28) = P\left(Z > \frac{28-25}{1.5}\right)$ $= P(Z > 2)$ $= 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$ احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة هو 0.0228
15	$P(X > 20) = P\left(Z > \frac{20-25}{1.5}\right)$ $= P(Z > -3.33)$ $= P(Z < 3.33)$ $= 0.9996$ احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة هو 0.9996

16	$P(22 < X < 25) = P\left(\frac{22-25}{1.5} < Z < \frac{25-25}{1.5}\right)$ $= P(-2 < Z < 0)$ $= P(Z < 0) - P(Z < -2)$ $= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 2))$ $= 0.5 - (1 - 0.9772)$ $= 0.5000 - 0.0228$ $= 0.4772$ احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و25 ساعة هو 0.4772
17	$P(X > 100) = P\left(Z > \frac{100-90}{5}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772 = 0.0228$ إذا كان عدد السيارات التي ستتجاوز السرعة المحددة هو **N**، فإنّ: $N = 1000(0.0228) = 22.8 \approx 23$
18	$3.2 = \frac{14-\mu}{\sigma} \Rightarrow 3.2\sigma = 14 - \mu \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$ $-1.8 = \frac{-6-\mu}{\sigma} \Rightarrow -1.8\sigma = -6 - \mu \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$ بطرح المعادلتين ينتج أنّ: $5\sigma = 20 \Rightarrow \sigma = 4$ بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على: $3.2(4) = 14 - \mu \Rightarrow \mu = 14 - 12.8 = 1.2$ إذن، الوسط الحسابي هو 1.2 ، والانحراف المعياري هو 4

19	نفرض a هو المعدل المطلوب. نفرض p هو احتمال أن يكرم الطالب، أي احتمال أن يحصل على معدل أعلى من a أو يساويه. $n = 600 \times p = 50 \quad \Rightarrow p = \frac{50}{600} \approx 0.0833$ إذن، احتمال أن يتم تكريم الطالب (أي أن يحصل على معدل يفوق a أو يساويه) هو 0.0833 $P(X \geq a) = P\left(Z \geq \frac{a-73}{8}\right)$ $= 1 - P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right)$ $\Rightarrow 0.0833 = 1 - P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right)$ $\Rightarrow P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right) = 1 - 0.0833$ $\Rightarrow P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right) = 0.9167$ $\Rightarrow \frac{a-73}{8} = 1.38$ $\Rightarrow a - 73 = 11.04$ $\Rightarrow a = 84.04$ إذن، أقل معدل للطلبة الخمسين هو 84.04

اختبار الوحدة صفحة 98	
1	$X \sim B(4,0.4)$ $P(X=3)=\binom{4}{3}(0.4)^3(0.6)^1=0.1536 \dots\dots\dots\dots\dots (a)$
2	$E(X)=np$ $\Rightarrow 60=320p$ $\Rightarrow p=\frac{60}{320}=\frac{3}{16} \dots\dots\dots\dots\dots (a)$
3	$X \sim B(8,0.1)$ $P(X<2)=P(X=0)+P(X=1)$ $=\binom{8}{0}(0.1)^0(0.9)^8+\binom{8}{1}(0.1)^1(0.9)^7=0.8131 \dots\dots\dots (b)$
4	$X \sim B(n,p)$ $E(X)=8 \;\Rightarrow np=8$ $Var(X)=np(1-p) \;\Rightarrow\; np(1-p)=\frac{20}{3}$ بتعويض قيمة np في المعادلة الثانية، نحصل على: $8(1-p)=\frac{20}{3} \;\Rightarrow 1-p=\frac{5}{6}$ $\Rightarrow p=\frac{1}{6}$ $np=8 \;\Rightarrow n\left(\frac{1}{6}\right)=8 \;\Rightarrow n=48 \dots\dots\dots\dots\dots (d)$
5	$99.7\% \dots\dots\dots\dots\dots (c)$
6	$P(X<80)=P\left(Z<\frac{80-83}{4}\right)$ $=P(Z<-0.75)$ $=1-P(Z<0.75)$ $=1-0.7734$ $=0.2266$ $n=2000\times 0.2266=453.2\approx 453$ عدد الطلبة الذين تقل علاماتهم عن 80 هو 453 تقريبًا................................$(\boldsymbol{a})$

7	$X \sim Geo(0.3)$ $P(X=4)=(0.3)(0.7)^3$ $=0.1029$
8	$P(3<X\leq 5)=P(X=4)+P(X=5)$ $=(0.3)(0.7)^3+(0.3)(0.7)^4$ $=0.17493$
9	$P(X>4)=(1-0.3)^4=(0.7)^4=0.2401$
10	$E(X)=\frac{1}{0.3}=\frac{10}{3}$
11	$X \sim B(6{,}0.3)$ $P(X=2)=\binom{6}{2}(0.3)^2(0.7)^4=0.324135$
12	$P(X>4)=P(X=5)+P(X=6)$ $=\binom{6}{5}(0.3)^5(0.7)^1+\binom{6}{6}(0.3)^6(0.7)^0$ $=0.010935$
13	$P(2<X\leq 4)=P(X=3)+P(X=4)$ $=\binom{6}{3}(0.3)^3(0.7)^3+\binom{6}{4}(0.3)^4(0.7)^2$ ≈ 0.2448
14	$E(X)=6(0.3)=1.8$
15	$P(Z<1.93)=0.9732$
16	$P(Z<0.72)=0.7642$
17	$P(Z>-1.04)=P(Z<1.04)=0.8508$
18	$P(-1.7<Z<3.3)=P(Z<3.3)-P(Z<-1.7)$ $=P(Z<3.3)-\left(1-P(Z<1.7)\right)$ $=0.9995-(1-0.9554)$ $=0.9995-0.0446$ $=0.9549$

19	$X \sim N(55, 4^2)$ $P(X \leq 50) = P\left(Z \leq \frac{50-55}{4}\right)$ $= P(Z \leq -1.25)$ $= 1 - P(Z < 1.25)$ $= 1 - 0.8944$ $= 0.1056$
20	$P(50 < X < 58) = P\left(\frac{50-55}{4} < Z < \frac{58-55}{4}\right)$ $= P(-1.25 < Z < 0.75)$ $= P(Z < 0.75) - P(Z < -1.25)$ $= P(Z < 0.75) - \big(1 - P(Z < 1.25)\big)$ $= 0.7734 - (1 - 0.8944)$ $= 0.7734 - 0.1056$ $= 0.6678$
21	$P(56 < X < 59) = P\left(\frac{56-55}{4} < Z < \frac{59-55}{4}\right)$ $= P(0.25 < Z < 1)$ $= P(Z < 1) - P(Z < 0.25)$ $= 0.8413 - 0.5987$ $= 0.2426$
22	$P(X > 55) = P\left(Z > \frac{55-55}{4}\right)$ $= P(Z > 0)$ $= 1 - P(Z \leq 0)$ $= 1 - 0.5$ $= 0.5$
23	$P(0 < Z < 1.5) = P(Z < 1.5) - P(Z < 0)$ $= 0.9332 - 0.5$ $= 0.4332$
24	$P(0.1 < Z < 0.31) = P(Z < 0.31) - P(Z < 0.1)$ $= 0.6217 - 0.5398$ $= 0.0819$

25	$X \sim B(100, 0.17)$ $E(X) = 100(0.17) = 17$ العدد المتوقع من المصابيح التالفة هو 17 مصباحًا.
26	$X \sim Geo(0.1)$ $P(X > 5) = (1 - 0.1)^5 = (0.9)^5$ $= 0.59049$
27	$P(X > 3) = (1 - 0.1)^3 = (0.9)^3$ $= 0.729$
28	$P(Z < a) = 0.638 \implies a = 0.35$
29	$P(Z > a) = 0.6$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن a سالبة، وأنه يمكن استبدالها بالقيمة $-z$ $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\implies 0.6 = P(Z > -z)$ $\implies 0.6 = P(Z < z)$ $\implies P(Z < z) = 0.6$ $\implies z = 0.25$ $\implies a = -0.25$
30	$X \sim N(250, 4^2)$ $P(X > 260) = P\left(Z > \frac{260 - 250}{4}\right)$ $= P(Z > 2.5)$ $= 1 - P(Z < 2.5)$ $= 1 - 0.9938$ $= 0.0062$

31	$P(240 < X < 250) = P\left(\frac{240-250}{4} < Z < \frac{250-250}{4}\right)$ $= P(-2.5 < Z < 0)$ $= P(Z < 0) - P(Z < -2.5)$ $= P(Z < 0) - \left(1 - P(Z < 2.5)\right)$ $= 0.5 - (1 - 0.9938)$ $= 0.5 - 0.0062$ $= 0.4938$
32	$X \sim B(20, 0.3)$ $P(X = 4) = \binom{20}{4}(0.3)^4(0.7)^{16} \approx 0.1304$
33	$P(X \geq 2) = 1 - \left(P(X = 0) + P(X = 1)\right)$ $= 1 - \left(\binom{20}{0}(0.3)^0(0.7)^{20} + \binom{20}{1}(0.3)^1(0.7)^{19}\right)$ ≈ 0.9924
34	$X \sim N(506, 3^2)$ $P(X < 500) = P\left(Z < \frac{500-506}{3}\right)$ $= P(Z < -2)$ $= 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$ $n = 100 \times 0.0228 = 2.28 \approx 2$ عدد القوارير التي تحوي كل منها أقل من 500 mL هو 2 تقريبًا.

الوحدة السادسة: الإحصاء الاستدلالي

الدرس الأول: توزيع الأوساط الحسابية للعينات

	مسألة اليوم صفحة102
	لا تعد البيانات التي سيحصل عليها خليل ممثلة لسكان المدينة لأنها تخص فئة واحدة هي التي حضرت مباراة كرة السلة، ومن المتوقع أن تكون البيانات متحيزة لكرة السلة. ولتكون البيانات ممثلة لسكان المدينة يجب أن يسأل عينة عشوائية من السكان في الشارع أو السوق أو يختار عينة عشوائية من قائمة أسماء سكان المدينة، ويسألهم عن رياضتهم المفضلة.
	أتحقق من فهمي صفحة 103
a	العينة متحيزة، لأن المشاركين فيها مختارون من مستشفى خاص حيث في الغالب تكون جودة الرعاية الصحية عالية.
b	العينة غير متحيزة، لأن المشاركين فيها اختيروا عشوائيًا من عملاء شركة الاتصالات.
	أتحقق من فهمي صفحة 105
a	العينة: العملاء الذين اختارهم مدير المركز. المجتمع: جميع عملاء المركز التجاري. العينة العشوائية المُختارة منتظمة، لأن اختيار العملاء تم وفقًا لفترات محددة من نقطة بداية عشوائية (كل ساعة).
b	العينة: 50 من زوار من المعرض الذين تم اختيارهم للإجابة عن أسئلة الاستبانة. المجتمع: جميع زائري المعرض الفني. العينة العشوائية المُختارة بسيطة، لأن اختيار الزائرين تم بصورة عشوائية.
	أتحقق من فهمي صفحة 106
a	العينة: الطلبة الـ13 الذين اختيروا عشوائيًا من طلبة الصف 12 في محافظة المفرق. المجتمع: جميع طلبة الصف 12 في محافظة المفرق. الإحصائي: الوسط الحسابي لعدد ساعات الدراسة لطلاب هذه العينة. المعلمة: الوسط الحسابي لعدد ساعات الدراسة لجميع طلاب الصف 12 في محافظة المفرق.
b	العينة: الفطائر المغلفة التي تم اختيارها عشوائيًا من خط إنتاج أحد أنواع الفطائر التي ينتجها المصنع. المجتمع: جميع الفطائر المغلفة من خط الإنتاج ذاته في هذا المصنع. الإحصائي: مدى كتل العينة المختارة من الفطائر. المعلمة: مدى كتل جميع الفطائر المغلفة في خط الإنتاج نفسه.
	أتحقق من فهمي صفحة 108
a	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{68+72+78+85+90+75+80+70}{8} = 77.25$

b	<table><tr><th>x</th><th>x^2</th></tr><tr><td>68</td><td>4624</td></tr><tr><td>72</td><td>5184</td></tr><tr><td>78</td><td>6084</td></tr><tr><td>85</td><td>7225</td></tr><tr><td>90</td><td>8100</td></tr><tr><td>75</td><td>5625</td></tr><tr><td>80</td><td>6400</td></tr><tr><td>70</td><td>4900</td></tr><tr><td>المجموع</td><td>48142</td></tr></table> $s^2 = \frac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{48142 - 8(77.25)^2}{7} \approx 57.36$
c	$s = \sqrt{57.36} \approx 7.57$
	أتحقق من فهمي صفحة 112
a	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 96.3 \text{ g}$
a	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5.2}{\sqrt{30}} \approx 0.95 \text{ g}$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 112
1	العينة غير متحيزة، لأن المشاركين فيها اختيروا عشوائيًا من محطة الحافلات الرئيسية، وكثير من سكان المدينة يرتادون هذه المحطة.
2	العينة متحيزة، لأن المشاركين فيها طلاب متفوقون، فلا يمثلون المستويات المختلفة من الطلاب.
3	العينة غير متحيزة، لأن المشاركين فيها اختيروا عشوائيًا من سكان المدينة.
4	العينة غير متحيزة، لأن المشاركين فيها اختيروا عشوائيًا من سكان المدينة.
5	العينة متحيزة، لأن المشاركين فيها مختارون من الفندق القريب من الموقع الأثري، ولا يمثلون كل السياح الذين زاروا هذا الموقع الأثري.
6	العينة: العمال الذين راقبهم مدير المصنع. المجتمع: جميع عمال هذا المصنع. العينة العشوائية المُختارة منتظمة، لأن اختيار العمال تم وفقًا لفترات محددة من نقطة بداية عشوائية (أول عامل يدخل عند الساعة الثامنة ثم كل عاشر عامل بعده).
7	العينة: 100 طالب اختارهم الباحث. المجتمع: جميع طلاب هذه الجامعة. العينة العشوائية المُختارة بسيطة، لأن اختيار الطلاب تم بصورة عشوائية.

<table>
<tr><td>8</td><td>العينة: الطلبة الذين تم اختيارهم من كافة المراحل الدراسية المدرسية.
المجتمع: جميع طلبة مدارس هذه المدينة.
العينة العشوائية المُختارة طبقية، لأنه تم اختيار الطلبة بعد تصنيفهم إلى 3 مراحل غير متداخلة.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>العينة: العاملون المختارون عشوائيًا حسب المهنة في المستشفى الحكومي.
المجتمع: جميع العاملين في المستشفى الحكومي.
الإحصائي: الانحراف المعياري لعدد ساعات العمل الأسبوعية للعينة المُختارة.
المعلمة: الانحراف المعياري لعدد ساعات العمل الأسبوعية لجميع العاملين في المستشفى الحكومي.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>العينة: المركبات المُختارة من المركبات الخارجة من هذه المحطة.
المجتمع: جميع المركبات الخارجة من هذه المحطة.
الإحصائي: وسيط أعمار المركبات في هذه العينة.
المعلمة: وسيط أعمار جميع المركبات الخارجة من هذه المحطة.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>العينة: زوار أحد المراكز التجارية الذين تم اختيارهم عشوائيًا في عطلة نهاية الأسبوع.
المجتمع: جميع زوار هذا المركز التجاري في عطلة نهاية الأسبوع.
الإحصائي: مدى المبالغ التي أنفقها أفراد العينة.
المعلمة: مدى المبالغ التي أنفقها جميع زوار هذا المركز التجاري في عطلة نهاية الأسبوع.</td></tr>
<tr><td>12</td><td>$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{41 + 36 + 39 + 42 + 45 + 38 + 40 + 34}{8} = 39.375$</td></tr>
<tr><td>13</td><td><table><tr><th>x</th><th>x^2</th></tr><tr><td>41</td><td>1681</td></tr><tr><td>36</td><td>1296</td></tr><tr><td>39</td><td>1521</td></tr><tr><td>42</td><td>1764</td></tr><tr><td>45</td><td>2025</td></tr><tr><td>38</td><td>1444</td></tr><tr><td>40</td><td>1600</td></tr><tr><td>34</td><td>1156</td></tr><tr><td>المجموع</td><td>12487</td></tr></table>
$s^2 = \frac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{12487 - 8(39.375)^2}{7} \approx 11.98$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>$s = \sqrt{11.98} \approx 3.46$</td></tr>
<tr><td>15</td><td>$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{504 + 499 + 493 + 507 + 500 + 495 + 502 + 498 + 505 + 490}{10} = 499.3$</td></tr>
</table>

16	<table><tr><th>x</th><th>x^2</th></tr><tr><td>504</td><td>254016</td></tr><tr><td>499</td><td>249001</td></tr><tr><td>493</td><td>243049</td></tr><tr><td>507</td><td>257049</td></tr><tr><td>500</td><td>250000</td></tr><tr><td>495</td><td>245025</td></tr><tr><td>502</td><td>252004</td></tr><tr><td>498</td><td>248004</td></tr><tr><td>505</td><td>255025</td></tr><tr><td>490</td><td>240100</td></tr><tr><td>المجموع</td><td>2493273</td></tr></table> $s^2 = \dfrac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \dfrac{2493273 - 10(499.3)^2}{9} \approx 29.79$
17	$s = \sqrt{29.79} \approx 5.46$
18	$\bar{x} = \dfrac{\sum x}{n} = \dfrac{110}{20} = 5.5$
19	$s^2 = \dfrac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \dfrac{900 - 20(5.5)^2}{19} \approx 15.53$ $s = \sqrt{15.53} \approx 3.94$
20	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 6$
21	$\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{2}{\sqrt{50}} \approx 0.28$
22	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 450$ h
23	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{35}} \approx 3.38$ h
24	$n = 40$, $\mu_{\bar{x}} = 82.5$, $\sigma_{\bar{x}}{}^2 = 6.25$ $\mu = \mu_{\bar{x}} = 82.5$ $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}}{}^2 = \dfrac{\sigma^2}{n}$ $\Rightarrow \sigma^2 = \sigma_{\bar{x}}{}^2 \times n$ $\Rightarrow \sigma^2 = 6.25 \times 40 = 250$
25	العينة أكثر ملائمة من التعداد في هذه الحالة لأنها توفر طريقة أكثر كفاءة وفعالية من حيث التكلفة والوقت لجمع البيانات حول آراء العملاء وتحليلها.

26	من الأسباب التي قد تدفع الشركة إلى عدم استعمال عينة عشوائية بسيطة لاستطلاع رأي عملائها: - توزيع العملاء الجغرافي: فقد تكون الشركة مهتمة بتحليل الآراء حسب المناطق، فأخذ عينات طبقية يضمن تمثيل كل منطقة بشكل أفضل من العينات البسيطة. - استهداف شرائح معينة: قد ترغب الشركة في التركيز على عملاء معينين مثلا فئة الشباب الأكثر استخدامًا لشبكات الاتصالات، أو العملاء الجدد، أو الذين كانوا عملاء سابقين لشركات منافسة.
27	سببان لعدم الحصول على بيانات حقيقية من طريقة الاستطلاع التي استعملتها الشركة: 1- قد لا يرد جميع الذين تلقوا الاستبانة، مما قد يؤدي إلى الحصول على عينة لا تمثل المجتمع بشكل دقيق. 2- الذين يجيبون على الاستبانة هم الذين تأكل قططهم الطعام الجاف لأن الاستبانة مرفقة مع الأطعمة الجافة فقط.
28	لتحسين الطريقة التي اعتمدتها الشركة: - يمكن استخدام استبانات الكترونية لزيادة معدل الاستجابة وتقليل الوقت اللازم لتحليل النتائج. - ويمكن اختيار عينة عشوائية من أصحاب القطط من قواعد بيانات خاصة بهم وسؤالهم عن نوع الطعام الذي تفضله قططهم
29	العينتان العشوائيتان المأخوذتان من المجتمع نفسه، قد يكون لهما الوسط الحسابي نفسه، والانحراف المعياري نفسه. بشكل عام، العبارة صحيحة أحيانًا.
30	تستعمل معلمات المجتمع لتقدير إحصائيات المجتمع. فالعبارة غير صحيحة أبدًا.
31	العبارة غير صحيحة أبدًا فاستعمال العينة العشوائية البسيطة يساعد على تقليل التحيز ويجعل الاختيار أكثر عدلًا، لكنه لا يضمن عدم وجود أي تحيز مطلقًا؛ قد يبقى تحيز بسبب طريقة القياس أو عدم استجابة بعض الأفراد أو أخطاء أخرى.
32	$\bar{Y} = 12\bar{X} \implies \mu_{\bar{y}} = 12\mu_{\bar{x}}$ و $\sigma_{\bar{y}} = 12\sigma_{\bar{x}}$ $\implies \mu_{\bar{x}} = \frac{\mu_{\bar{y}}}{12} = \frac{48}{12} = 4$ و $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{y}}}{12} = \frac{4.2}{12} = 0.35$ $\implies \mu = \mu_{\bar{x}} = 4$ و $\sigma = \sigma_{\bar{x}}\sqrt{n} = 0.35 \times \sqrt{30} = 1.92$

مسألة اليوم صفحة 116
$\mu_{\bar{x}} = \mu = 15.5$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.1}{\sqrt{25}} \approx 0.42$ $P(15 < \bar{X} < 16) = P\left(\frac{15-15.5}{0.42} < Z < \frac{16-15.5}{0.42}\right)$ $= P(-1.19 < Z < 1.19)$ $= P(Z < 1.19) - P(Z < -1.19)$ $= P(Z < 1.19) - \left(1 - P(Z < 1.19)\right)$ $= 2P(Z < 1.19) - 1$ $= 2(0.8830) - 1 = 0.766$
أتحقق من فهمي صفحة 119
$\mu_{\bar{x}} = \mu = 70$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{20}} \approx 3.35$ $P(65 < \bar{X} < 74) = P\left(\frac{65-70}{3.35} < Z < \frac{74-70}{3.35}\right)$ $= P(-1.49 < Z < 1.19)$ $= P(Z < 1.19) - P(Z < -1.49)$ $= P(Z < 1.19) - \left(1 - P(Z < 1.49)\right)$ $= 0.8830 - (1 - 0.9319)$ $= 0.8830 - 0.0681 = 0.8149$

أتحقق من فهمي صفحة 121
بما أن حجم العينة يبلغ 100، وهو أكبر من 30، فغن توزيع الأوساط الحسابية للعينات يقترب من التوزيع الطبيعي بصرف النظر عن توزيع المجتمع الأصلي. $\mu_{\bar{x}} = \mu = 21$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = 0.6$ $P(\bar{X} > 22.5) = P\left(Z > \frac{22.5 - 21}{0.6}\right)$ $= P(Z > 2.5)$ $= 1 - P(Z < 2.5)$ $= 1 - 0.9938 = 0.0062$
أتحقق من فهمي صفحة 125
$X \sim B(60, 0.25)$ $np = 60 \times 0.25 = 15 > 5 \quad , \quad n(1-p) = 60 \times 0.75 = 45 > 5$ إذن، يمكن استعمال التوزيع الطبيعي $Y \sim N\left(np, np(1-p)\right)$ لتقريب توزيع ذي الحدين. $\mu = np = 15$ $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{60 \times 0.25 \times 0.75} \approx 3.35$ المطلوب هو $P(X \geq 18)$ أي $P(Y \geq 17.5)$ $P(Y \geq 17.5) = P\left(Z \geq \frac{17.5 - 15}{3.35}\right)$ $= P(Z \geq 0.75)$ $= 1 - P(Z < 0.75)$ $= 1 - 0.7734$ $= 0.2266$

أتدرب وأحل المسائل صفحة 125	
1	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 60$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{40}} \approx 0.79$ $P(\bar{X} < 62) = P\left(Z < \frac{62-60}{0.79}\right)$ $= P(Z < 2.53)$ $= 0.9943$
2	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 8.2$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.3}{\sqrt{25}} \approx 0.06$ $P(8 < \bar{X} < 8.3) = P\left(\frac{8-8.2}{0.06} < Z < \frac{8.3-8.2}{0.06}\right)$ $= P(-3.33 < Z < 1.67)$ $= P(Z < 1.67) - P(Z < -3.33)$ $= P(Z < 1.67) - \left(1 - P(Z < 3.33)\right)$ $= 0.9525 - (1 - 0.9996)$ $= 0.9525 - 0.0004 = 0.9521$
3	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 4.5$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{75}} \approx 0.23$ $P(\bar{X} < 4) = P\left(Z < \frac{4-4.5}{0.23}\right)$ $= P(Z < -2.17)$ $= 1 - P(Z < 2.17)$ $= 1 - 0.9850 = 0.015$

4	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 4.5$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{80}} \approx 0.22$ $P(4.4 < \bar{X} < 4.8) = P\left(\frac{4.4-4.5}{0.22} < Z < \frac{4.8-4.5}{0.22}\right)$ $= P(-0.45 < Z < 1.36)$ $= P(Z < 1.36) - P(Z < -0.45)$ $= P(Z < 1.36) - (1 - P(Z < 0.45))$ $= 0.9131 - (1 - 0.6736)$ $= 0.9131 - 0.3264 = 0.5867$
5	بما أن حجم العينة يبلغ 80، وهو أكبر من 30، فإن توزيع الأوساط الحسابية للعينات يقترب من التوزيع الطبيعي بصرف النظر عن توزيع المجتمع الأصلي. $\mu_{\bar{x}} = \mu = 80$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{20}{\sqrt{80}} \approx 2.24$ $P(\bar{X} > 83) = P\left(Z > \frac{83-80}{2.24}\right)$ $= P(Z > 1.34)$ $= 1 - P(Z < 1.34)$ $= 1 - 0.9099 = 0.0901$
6	بما أن حجم العينة يبلغ 120، وهو أكبر من 30، فإن توزيع الأوساط الحسابية للعينات يقترب من التوزيع الطبيعي بصرف النظر عن توزيع المجتمع الأصلي. $\mu_{\bar{x}} = \mu = 52$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{120}} \approx 0.37$ $P(\bar{X} < 51) = P\left(Z < \frac{51-52}{0.37}\right)$ $= P(Z < -2.70)$ $= 1 - P(Z < 2.70)$ $= 1 - 0.9965$ $= 0.0035$

7	$X \sim B(15, 0.34)$ $np = 15 \times 0.34 = 5.1 > 5 \quad , \quad n(1-p) = 15 \times 0.66 = 9.9 > 5$ إذن، يمكن استعمال التوزيع الطبيعي $Y \sim N\big(np, np(1-p)\big)$ لتقريب توزيع ذي الحدين. $\mu = np = 5.1$ $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{15 \times 0.34 \times 0.66} \approx 1.83$
8	$X \sim B(12, 0.40)$ $np = 12 \times 0.40 = 4.8 < 5$ إذن، لا يمكن استعمال التوزيع الطبيعي $Y \sim N\big(np, np(1-p)\big)$ لتقريب توزيع ذي الحدين.
9	$X \sim B(200, 0.1)$ $np = 200 \times 0.1 = 20 > 5 \quad , \quad n(1-p) = 200 \times 0.9 = 180 > 5$ إذن، يمكن استعمال التوزيع الطبيعي $Y \sim N\big(np, np(1-p)\big)$ لتقريب توزيع ذي الحدين. $\mu = np = 20$ $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{200 \times 0.1 \times 0.9} \approx 4.24$ المطلوب هو $P(X \leq 25)$ أي $P(Y < 25.5)$ $P(Y < 25.5) = P\left(Z < \frac{25.5 - 20}{4.24}\right)$ $= P(Z < 1.30)$ $= 0.9032$

10	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 40 \quad , \quad n = 10 \quad ,$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{10}}$ $P(\bar{X} > 42) = 0.1 \quad \Rightarrow P\left(Z > \frac{42 - 40}{\frac{\sigma}{\sqrt{10}}}\right) = 0.1$ $\Rightarrow P\left(Z > \frac{2\sqrt{10}}{\sigma}\right) = 0.1$ $\Rightarrow 1 - P\left(Z < \frac{2\sqrt{10}}{\sigma}\right) = 0.1$ $\Rightarrow P\left(Z < \frac{2\sqrt{10}}{\sigma}\right) = 0.9$ $\Rightarrow \frac{2\sqrt{10}}{\sigma} = 1.28$ $\Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{10}}{1.28} \approx 4.94$
11	$\mu_{\bar{x}} = \mu$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{20}} \approx 1.34$ $P(\bar{X} > 30) = 0.25 \quad \Rightarrow \quad P\left(Z > \frac{30 - \mu}{1.34}\right) = 0.25$ $\Rightarrow \quad 1 - P\left(Z < \frac{30 - \mu}{1.34}\right) = 0.25$ $\Rightarrow \quad P\left(Z < \frac{30 - \mu}{1.34}\right) = 0.75$ $\Rightarrow \frac{30 - \mu}{1.34} = 0.67$ $\Rightarrow 30 - \mu \approx 0.9$ $\Rightarrow \mu \approx 29.1$

12	$p = 0.07$ $\mu = np = 0.07n = 2 \quad \Rightarrow n = \dfrac{2}{0.07} = 28.57 \approx 29$ $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{29 \times 0.07 \times 0.93} \approx 1.37$
13	بما أن حجم العينة يبلغ 36، وهو أكبر من 30، فإن توزيع الأوساط الحسابية للعينات يقترب من التوزيع الطبيعي بصرف النظر عن توزيع المجتمع الأصلي. $\mu_{\bar{x}} = \mu = 74.5$ $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{6}{\sqrt{36}} = 1$ $P(-1 \leq \bar{X} - 74.5 \leq 1) = P(73.5 \leq \bar{X} \leq 75.5)$ $= P\left(\dfrac{73.5 - 74.5}{1} \leq Z \leq \dfrac{75.5 - 74.5}{1}\right)$ $= P(-1 \leq Z \leq 1)$ $= P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1)$ $= P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 1))$ $= 2P(Z \leq 1) - 1$ $= 2(0.8413) - 1 = 0.6826$
14	بما أن حجم العينة يبلغ 100، وهو أكبر من 30، فإن توزيع الأوساط الحسابية للعينات يقترب من التوزيع الطبيعي بصرف النظر عن توزيع المجتمع الأصلي. $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{8.2}{\sqrt{100}} = 0.82$ $P(\lvert\bar{X} - \mu\rvert \leq 0.2) = P(-0.2 \leq \bar{X} - \mu \leq 0.2)$ $= P\left(\dfrac{-0.2}{0.82} \leq Z \leq \dfrac{0.2}{0.82}\right)$ $= P(-0.24 \leq Z \leq 0.24)$ $= P(Z \leq 0.24) - P(Z \leq -0.24)$ $= P(Z \leq 0.24) - (1 - P(Z \leq 0.24))$ $= 2P(Z \leq 0.24) - 1$ $= 2(0.5948) - 1 = 0.1896$

الدرس الثالث: فترات الثقة

مسألة اليوم صفحة 128
هذا التقدير يعني أن الشركة واثقة إلى حد ما أن الوسط الحسابي للزمن اللازم لوصول الطرد إلى العميل لا يبتعد عن الوسط الحسابي للعينة وهو 3.8 اليوم أكثر من 0.3 اليوم. أي أن فترة الثقة هي: $3.5 < \mu < 4.1$
أتحقق من فهمي صفحة 131
حجم العينة $n = 60$ الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 48$ الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 12$ مستوى الثقة 90% تقابله القيمة المعيارية $z = 1.64$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.64 \times \frac{12}{\sqrt{60}} \approx 2.54$ و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 90% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لما ينفقه الفرد شهريًا على المواصلات العامة في المجتمع كاملًا لن يبتعد أكثر من JD 2.54 عن الوسط الحسابي للعينة البالغ JD 48
أتحقق من فهمي صفحة 132
حجم العينة $n = 50$ الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 3.8$ الانحراف المعياري للعينة $s = 0.65$ مستوى الثقة 95% تقابله القيمة المعيارية $z = 1.96$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{0.65}{\sqrt{50}} \approx 0.18$ و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 95% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لعدد الساعات التي يتصفح فيها الأشخاص البالغون في تلك الدولة وسائل التواصل الاجتماعي لن يبتعد أكثر من 0.18 ساعة عن الوسط الحسابي للعينة البالغ 3.8 ساعات.

أتحقق من فهمي صفحة 134

حجم العينة $n = 25$

الوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 70$

الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 12$

مستوى الثقة 95% تقابله القيمة المعيارية $z = 1.96$

بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، والتوزيع طبيعي، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون:

$$E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{12}{\sqrt{25}} \approx 4.7$$

نجد فترة الثقة:

$$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$$

$$70 - 4.7 < \mu < 70 + 4.7$$

$$65.3 < \mu < 74.7$$

و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 95% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي لما أنفقه زبون المركز التجاري في مجتمع الدراسة ذلك اليوم يقع بين 65.3 دينار و 74.7 دينار.

أتحقق من فهمي صفحة 136
حجم العينة $n = 150$ الوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 330 \text{ mL}$ الانحراف المعياري للعينة $s = 15 \text{ mL}$ مستوى الثقة 99% تقابله القيمة المعيارية $z = 2.57$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.57 \times \frac{15}{\sqrt{150}} \approx 3.15$ نجد فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $330 - 3.15 < \mu < 330 + 3.15$ $326.85 < \mu < 333.15$ وهذا يعني أننا واثقون بنسبة 99% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي لكمية العصير في العلب التي ينتجها المصنع يقع بين 326.85mL و 333.15 mL.
أتحقق من فهمي صفحة 138
$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2.57 \times 11.3}{4}\right)^2 \approx 53$ إذن، يجب أن يكون حجم العينة المختارة 53 شخصًا على الأقل، لضمان مستوى ثقة 99% وهامش خطأ لا يتجاوز 4 دقائق.

<table>
<tr><td colspan="2">أتدرب وأحل المسائل صفحة 138</td></tr>
<tr><td>1</td><td>
حجم العينة $n = 10$
الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 30$
الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 5$
مستوى الثقة 95% تقابله القيمة المعيارية $z = 1.96$
بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، والتوزيع طبيعي، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون:
$E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{10}} \approx 3.1$
وهذا يعني أننا واثقون بنسبة 95% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لعدد المكالمات اليومية التي يستقبلها موظفو قسم خدمة العملاء في مجتمع الدراسة لن يبتعد أكثر من 3.1 مكالمات عن الوسط الحسابي للعينة البالغ 30 مكالمة يوميًا.
</td></tr>
<tr><td>2</td><td>
حجم العينة $n = 35$
الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 38$
الانحراف المعياري للعينة $s = 10$
مستوى الثقة 90% تقابله القيمة المعيارية $z = 1.64$
بما أن الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون:
$E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.64 \times \frac{10}{\sqrt{35}} \approx 2.77$
وهذا يعني أننا واثقون بنسبة 90% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لإنفاق الفرد من مجتمع الدراسة على الأدوية شهريًا لن يبتعد أكثر من 2.77 دينار عن الوسط الحسابي للعينة البالغ 38 دينارًا.
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>3</td>
<td>
حجم العينة $n = 50$
الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 501$
الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 0.3$
مستوى الثقة 94% تقابله القيمة المعيارية z حيث:
$2P(Z < z) - 1 = 0.94 \quad \Longrightarrow P(Z < z) = 0.97 \quad \Longrightarrow z = 1.88$
بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون:
$E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.88 \times \frac{0.3}{\sqrt{50}} \approx 0.08$
فترة الثقة:
$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$
$501 - 0.08 < \mu < 501 + 0.08$
$500.92 < \mu < 501.08$
وهذا يعني أننا واثقون بنسبة 94% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لأطوال الحبال التي ينتجها المصنع يقع بين 500.8 cm و 501.08 cm.
</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>
حجم العينة $n = 12$
الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 460$
الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 20$
مستوى الثقة 96% تقابله القيمة المعيارية z حيث:
$2P(Z < z) - 1 = 0.96 \quad \Longrightarrow P(Z < z) = 0.98 \quad \Longrightarrow z = 2.05$
بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، والتوزيع طبيعي، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون:
$E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.05 \times \frac{20}{\sqrt{12}} \approx 11.84$
فترة الثقة:
$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$
$460 - 11.84 < \mu < 460 + 11.84$
$448.16 < \mu < 471.84$
وهذا يعني أننا واثقون بنسبة 96% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لكتل الكعكات التي ينتجها المصنع يقع بين 448.16 g و 471.84 g.
</td>
</tr>
</table>

5	حجم العينة $n = 125$ الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 58$ الانحراف المعياري للعينة $s = 5$ مستوى الثقة 98% تقابله القيمة المعيارية z حيث: $2P(Z < z) - 1 = 0.98 \quad \Rightarrow P(Z < z) = 0.99 \quad \Rightarrow z = 2.32$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.32 \times \frac{5}{\sqrt{125}} \approx 1.04$ فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $58 - 1.04 < \mu < 58 + 1.04$ $56.96 < \mu < 59.04$ و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 98% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لكتل البيض الذي تنتجه المزرعة يقع بين 56.96 g و 59.04 g.
6	$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1.64 \times 9}{1.5}\right)^2 \approx 97$ إذن، يجب أن يكون حجم العينة المختارة 97 عميلًا على الأقل، لضمان مستوى ثقة 90% و هامش خطأ لا يتجاوز 1.5
7	$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 0.6}{0.8}\right)^2 \approx 3$ إذن، يجب أن يكون حجم العينة المختارة 3 مرضى على الأقل، لضمان مستوى ثقة 95% و هامش خطأ لا يتجاوز 0.8

8	حجم العينة $n = 50$ الوسط الحسابي للعينة $\bar{x}$ حيث: $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{3012}{50} = 60.24$ الانحراف المعياري للعينة s حيث: $s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{189354 - 50(60.24)^2}{49}} \approx 12.71$ مستوى الثقة 99% تقابله القيمة المعيارية $z = 2.57$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع غيرمعلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.57 \times \frac{12.71}{\sqrt{50}} \approx 4.62$ نجد فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $60.24 - 4.62 < \mu < 60.24 + 4.62$ $55.62 < \mu < 64.86$ و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 99% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي للمدة التي تقضيها طالبات هذه المعلِّمة في أداء واجباتهن المدرسية في مبحث الرياضيات أسبوعيًا تقع بين 55.62 دقيقة و 64.86 دقيقة.

<table>
<tr><td>9</td><td>
حجم العينة $n = 200$
الوسط الحسابي للعينة $\bar{x}$
الانحراف المعياري للمجتمع σ
مستوى الثقة 98% تقابله القيمة المعيارية z حيث:
$2P(Z < z) - 1 = 0.98 \quad \Rightarrow P(Z < z) = 0.99 \quad \Rightarrow z = 2.32$
بما أن الانحراف المعياري للمجتمع غير معلوم، والتوزيع طبيعي، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون:
$E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{200}}$
فترة الثقة:
$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$
$\bar{x} - 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{200}} < \mu < \bar{x} + 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{200}}$
$179.2 < \mu < 182.6$
نحل نظام المعادلتين بمتغيرين باستخدام الحذف:
$\bar{x} - 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{200}} = 179.2 \dots\dots\dots (1)$
$\bar{x} + 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{200}} = 182.6 \dots\dots\dots (2)$
$(1) + (2): \ 2\bar{x} = 361.8 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 180.9$
</td></tr>
<tr><td>10</td><td>
بتعويض قيمة $\bar{x}$ في المعادلة (2):
$180.9 + 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{200}} = 182.6 \quad \Rightarrow \quad \sigma \approx 10.36$
</td></tr>
<tr><td>11</td><td>
مستوى الثقة 95% تقابله القيمة المعيارية $z = 1.96$
$E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{10.36}{\sqrt{200}} \approx 1.44$
فترة الثقة:
$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$
$180.9 - 1.44 < \mu < 180.9 + 1.44$
$178.46 < \mu < 182.34$
</td></tr>
</table>

12	$\bar{m} = \frac{\sum m}{n} = \frac{15924}{50} = 318.48$ $s = \sqrt{\frac{\sum m^2 - n(\bar{m})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{5085213 - 50 \times (318.48)^2}{49}} \approx 16.74$ مستوى الثقة 92% تقابله القيمة المعيارية z حيث: $2P(Z < z) - 1 = 0.92 \quad \Rightarrow P(Z < z) = 0.96 \quad \Rightarrow z = 1.75$ $E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.75 \times \frac{16.74}{\sqrt{50}} \approx 4.14$ فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $318.48 - 4.14 < \mu < 318.48 + 4.14$ $314.34 < \mu < 322.62$
13	طول فترة الثقة بمستوى $x\%$: $(\bar{x} + E) - (\bar{x} - E) = 2E$ $2E = 10 \quad \Rightarrow \quad E = 5$ $E = z \times \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad 5 = z \times \frac{16.74}{\sqrt{50}} \quad \Rightarrow \quad z = \frac{5\sqrt{50}}{16.74} \approx 2.11$ $2P(Z < z) - 1 = \frac{x}{100} \quad \Rightarrow \quad 2P(Z < 2.11) - 1 = \frac{x}{100}$ $\Rightarrow \quad 2(0.9826) - 1 = \frac{x}{100}$ $\Rightarrow \quad 0.9652 = \frac{x}{100}$ $\Rightarrow \quad x = 96.52$

الدرس الرابع: اختبار الفرضيات

مسألة اليوم صفحة141	
يمكن لهيئة مراقبة الجودة اختيار عينة عشوائية كافية مكونة من (50 - 30) قطعة من الشوكلاتة التي تنتجها الشركة وإيجاد الوسط الحسابي لكتل قطع الشوكلاتة في العينة، واختيار مستوى دلالة لاختبار إدعاء الشركة؛ وإجراء الحسابات المرتبطة بالاختبار واتخاذ القرار المناسب بشأن رفض إدعاء الشركة أو عدم رفضة بناء على نتيجة الاختبار التي تجريه الهيئة.	
أتحقق من فهمي صفحة 143	
a	$H_0: \mu \geq 4.5$ (الادعاء) , $H_1: \mu < 4.5$
b	$H_0: \mu = 7$ (الادعاء) , $H_1: \mu \neq 7$
c	$H_0: \mu \geq 3$, $H_1: \mu < 3$ (الادعاء)
أتحقق من فهمي صفحة 145	
a	وقوع خطأ من النوع I : يحدث هذا النوع من الخطأ عند رفض الفرضية الصفرية بالرغم من أنها صحيحة، وذلك في حال قرر مركز التغذية أن متوسط السعرات الحرارية أقل من 400 سعرة حرارية، في حين أنه حقيقة لا يقل عن 400.
b	وقوع خطأ من النوع II : يحدث هذا النوع من الخطأ عند قبول الفرضية الصفرية بالرغم من أنها غير صحيحة، وذلك في حال قرر مركز التغذية أن متوسط السعرات الحرارية لا يقل عن 400 سعرة حرارية، في حين أنه حقيقة أقل من 400.

أتحقق من فهمي صفحة 149

$H_0: \mu \leq 100$ (الادعاء) , $H_1: \mu > 100$

$n = 36$

$\bar{x} = 103 \text{ mg}$

$\sigma = 4.5 \text{ mg}$

$\alpha = 10\% = 0.1$

نحسب القيمة الحرجة z_α:

بما أن $H_1: \mu > 100$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يمينًا.

مستوى الدلالة $\alpha = 0.1$ إذن:

$$P(Z > z_\alpha) = 0.1 \implies P(Z < z_\alpha) = 0.9000 \implies z_\alpha = 1.28$$

نحسب قيمة الإحصائي z:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{103 - 100}{\frac{4.5}{\sqrt{36}}} = 4$$

بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية.

و هذا يعني أنه توجد أدلة كافية لرفض الادعاء بأن مقدار المادة الفعالة في أحد أنواع حبوب الدواء التي تنتجها هذه الشركة هو 100 mg على الأكثر.

<table>
<tr><td colspan="2">أتحقق من فهمي صفحة 150</td></tr>
<tr><td>$H_0: \mu \geq 18 \quad , \quad H_1: \mu < 18$ (الادعاء)

$n = 35$

$\bar{x} = 17.3$

$s = 2.6$

$\alpha = 0.01$

نحسب القيمة الحرجة z_α:

بما أن $H_1: \mu < 18$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يسارًا.

مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$ إذن:

$P(Z < z_\alpha) = 0.01 \quad \Rightarrow \quad z_\alpha = -2.32$

نحسب قيمة الإحصائي z:

$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{17.3 - 18}{\frac{2.6}{\sqrt{35}}} = -1.59$

بما أن قيمة الإحصائي z لا تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا لا نرفض الفرضية الصفرية.

و هذا يعني أنه لا توجد أدلة كافية لدعم الادعاء بأن الزمن اللازم لتجميع سيارة واحدة باستعمال خط الإنتاج الآلي الجديد هو أقل من 18 ساعة.</td><td></td></tr>
</table>

	أتحقق من فهمي صفحة 152
	$H_0: \mu = 24$ (الادعاء) , $H_1: \mu \neq 24$ $n = 93$ $\bar{x} = 24.1$ $s = 0.5$ $\alpha = 5\% = 0.05$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu \neq 24$ إذن، الاختبار ثنائي الطرف. مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ إذن: $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ $P(Z > z_\alpha) = 0.025 \Rightarrow P(Z < z_\alpha) = 0.9750 \Rightarrow z_\alpha = \pm 1.96$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{24.1 - 24}{\frac{0.5}{\sqrt{93}}} = 1.93$ بما أن قيمة الإحصائي z لا تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا لا نرفض الفرضية الصفرية. و هذا يعني أنه لا توجد أدلة كافية لرفض الادعاء بأن كل علبة جبن تحتوي 24 شريحة كاملة من دون نقص.
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 152
1	$H_0: \mu = 36$ (الادعاء) , $H_1: \mu \neq 36$
2	$H_0: \mu \geq 74$ (الادعاء) , $H_1: \mu < 74$
3	$H_0: \mu \geq 10$, $H_1: \mu < 10$ (الادعاء)
4	وقوع خطأ من النوع I : يحدث هذا النوع من الخطأ عند رفض الفرضية الصفرية بالرغم من أنها صحيحة، وذلك في حال اقرار أن الوسط الحسابي لمعدل نبضات القلب تغير بفعل هذا العقار، في حين أنه حقيقة لم يتغير.
5	وقوع خطأ من النوع II : يحدث هذا النوع من الخطأ عند قبول الفرضية الصفرية بالرغم من أنها غير صحيحة، وذلك في حال اقرار أن الوسط الحسابي لمعدل نبضات القلب لم يتغير بفعل هذا العقار، في حين أنه حقيقة تغير.

6	وقوع خطأ من النوع I : يحدث هذا النوع من الخطأ عند رفض الفرضية الصفرية بالرغم من أنها صحيحة، وذلك في حال اقرار أن الوسط الحسابي لاستهلاك السيارة للوقود يزيد عن 7 لترات لكل 100 كيلومتر، في حين أنه حقيقة لا يزيد عن ذلك.
7	وقوع خطأ من النوع II : يحدث هذا النوع من الخطأ عند قبول الفرضية الصفرية بالرغم من أنها غير صحيحة، وذلك في حال اقرار أن الوسط الحسابي لاستهلاك السيارة للوقود لا يزيد عن 7 لترات لكل 100 كيلومتر، في حين أنه حقيقة يزيد عن ذلك.
8	$H_0: \mu \le 60$ (الادعاء) , $H_1: \mu > 60$ $n = 49$ $\bar{x} = 63.2 \text{ mg}$ $\sigma = 5.6 \text{ mg}$ $\alpha = 10\% = 0.1$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu > 60$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يميناً. مستوى الدلالة $\alpha = 0.1$ إذن: $P(Z > z_\alpha) = 0.1 \implies P(Z < z_\alpha) = 0.9000 \implies z_\alpha = 1.28$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{63.2 - 60}{\frac{5.6}{\sqrt{49}}} = 4$ بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. وهذا يعني أنه لا توجد أدلة كافية لدعم الادعاء بأن مقدار فيتامين C في علبة عصير البرتقال الصغيرة لا يتجاوز 60 mg.

9	$H_0: \mu \leq 170$, $H_1: \mu > 170$ (الادعاء) $n = 25$ $\bar{x} = 174$ cm $\sigma = 7$ cm $\alpha = 5\% = 0.05$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu > 170$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يمينًا. مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ إذن: $P(Z > z_\alpha) = 0.05 \Rightarrow P(Z < z_\alpha) = 0.9500 \Rightarrow z_\alpha = 1.64$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{174 - 170}{\frac{7}{\sqrt{25}}} \approx 2.86$ بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. وهذا يعني أنه توجد أدلة كافية لدعم الادعاء بأن أطوال الطلبة الجامعيين الذكور في هذه الكلية يزيد على $170\ cm$.

10	$H_0: \mu = 33$ (الادعاء) , $H_1: \mu \neq 33$ $n = 64$ $\bar{x} = 35.6$ $s = 8.2$ $\alpha = 1\% = 0.01$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu \neq 33$ إذن، الاختبار ثنائي الطرف. مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$ إذن: $\frac{\alpha}{2} = 0.005$ $P(Z > z_\alpha) = 0.005 \implies P(Z < z_\alpha) = 0.9950 \implies z_\alpha = \pm 2.57$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{35.6 - 33}{\frac{8.2}{\sqrt{64}}} \approx 2.54$ بما أن قيمة الإحصائي z لا تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا لا نرفض الفرضية الصفرية. و هذا يعني أنه لا توجد أدلة كافية لرفض الادعاء بأن الوسط الحسابي لأعمار زبائن المتجر هو 33 عامًا.

11

$H_0: \mu \leq 130 \quad , \quad H_1: \mu > 130$ (الادعاء)

$n = 70$

$\bar{x} = 138$

$s = 12$

$\alpha = 5\% = 0.05$

نحسب القيمة الحرجة z_α:

بما أن $H_1: \mu > 130$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يمينًا.

مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ إذن:

$$P(Z > z_\alpha) = 0.05 \implies P(Z > z_\alpha) = 0.9500 \implies z_\alpha = 1.64$$

نحسب قيمة الإحصائي z:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{138 - 130}{\frac{12}{\sqrt{70}}} \approx 5.58$$

بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية.

وهذا يعني أنه توجد أدلة كافية لدعم الادعاء بأن الوسط الحسابي لكتل أكياس الفول السوداني التي تنتجها الشركة يزيد على 130 g.

12	$H_0: \mu \geq 500 \quad , \quad H_1: \mu < 500$ (الادعاء k) $n = 35$ $\bar{x} = 490$ $s = 27$ $\alpha = 0.01$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu < 500$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يسارًا. مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$ إذن: $P(Z < z_\alpha) = 0.01 \Rightarrow z_\alpha = -2.32$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \dfrac{490 - 500}{\frac{27}{\sqrt{35}}} \approx -2.19$ بما أن قيمة الإحصائي z لا تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا لا نرفض الفرضية الصفرية. و هذا يعني أنه لا توجد أدلة كافية لدعم الادعاء k.
13	$H_0: \mu = 5500 \quad , \quad H_1: \mu \neq 5500$ (الادعاء k) $n = 200$ $\bar{x} = 5430$ $s = 236$ $\alpha = 0.01$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu \neq 5500$ إذن، الاختبار ثنائي الطرف. مستوى الدلالة $\alpha = 0.01$ إذن: $\frac{\alpha}{2} = 0.005$ $P(Z < z_\alpha) = 0.005 \Rightarrow z_\alpha = -2.57$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \dfrac{5430 - 5500}{\frac{236}{\sqrt{200}}} \approx -4.19$ بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. و هذا يعني أنه توجد أدلة كافية لدعم الادعاء k.

14	$H_0: \mu \leq 88 \quad , \quad H_1: \mu > 88$ (الادعاء k) $n = 32$ $\bar{x} = 91.2$ $s = 3.9$ $\alpha = 5\% = 0.05$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu > 88$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يمينًا. مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ إذن: $P(Z > z_\alpha) = 0.05 \Rightarrow P(Z < z_\alpha) = 0.9500 \Rightarrow z_\alpha = 1.64$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{91.2 - 88}{\frac{3.9}{\sqrt{32}}} \approx 4.64$ بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. وهذا يعني أنه توجد أدلة كافية لدعم الادعاء k.
15	قول هديل ليس صحيح دائمًا، وكذلك قول لانا. أحيانًا يكون الخطأ من النوع الأول أقل ضررًا، وفي حالات أخرى يكون الخطأ من النوع الثاني أقل ضررًا. يعتمد ذلك على مجال الفرضيات قيد الدراسة.
16	صحيحة أحيانًا، لأن الفرضية الصفرية قد تمثل الادعاء، وقد تكون الفرضية البديلة هي التي تمثل الادعاء.
17	غير صحيحة أبدًا، لأنه حسب تعريف الفرضية البديلة، فإنها لا تحوي رمز المساواة.

18	$H_0: \mu \leq 50$ (الادعاء) , $H_1: \mu > 50$ $n = 100$ $\bar{x} = 50.6$ $\sigma = 3$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu > 50$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يمينًا. نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{50.6 - 50}{\frac{3}{\sqrt{100}}} = 2$ رُفضت الفرضية الصفرية إذن، قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، بالتالي: $z > z_\alpha \quad \Rightarrow \quad z_\alpha < 2$ $P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$ $\alpha \geq 2.28\%$

<table>
<tr><td colspan="2">اختبار الوحدة صفحة 155</td></tr>
<tr><td>1</td><td>b</td></tr>
<tr><td>2</td><td>

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5+7+4+6+8+5}{6} = \frac{35}{6}$

x	x^2
5	25
7	49
4	16
6	36
8	64
5	25
المجموع	215

$s^2 = \frac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{215 - 6\left(\frac{35}{6}\right)^2}{5} \approx 2.17$

$s = \sqrt{2.17} \approx 1.47 \ldots\ldots\ldots\ldots (c)$
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{\sqrt{35}} \approx 0.68 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$
</td></tr>
<tr><td>4</td><td>

الإجابة هي (a) لأن التوزيع يحقق الشرطين:

$np = 60 \times 0.11 = 6.6 > 5 \quad , \quad n(1-p) = 60 \times 0.89 = 53.4 > 5$
</td></tr>
<tr><td>5</td><td>

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 1000$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = 2$

$P(995 < \bar{X} < 1005) = P\left(\frac{995-1000}{2} < Z < \frac{1005-1000}{2}\right)$

$= P(-2.5 < Z < 2.5)$

$= P(Z < 2.5) - P(Z < -2.5)$

$= P(Z < 2.5) - \left(1 - P(Z < 2.5)\right)$

$= 2P(Z < 2.5) - 1$

$= 2(0.9938) - 1 = 0.9876 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (c)$
</td></tr>
</table>

6	حجم العينة $n = 75$ الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 12$ الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 3$ مستوى الثقة 99% تقابله القيمة المعيارية: $z = 2.57$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.57 \times \frac{3}{\sqrt{75}} \approx 0.89$ و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 99% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي μ لإنفاق الشخص على بطاقات الهاتف شهريًا في المجتمع كاملًا لن يبتعد أكثر من JD 0.89 عن الوسط الحسابي للعينة البالغ JD12 ……………………… (b)
7	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 55 \quad , \quad n = 16 \quad ,$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{16}} = \frac{\sigma}{4}$ $P(\bar{X} > 57) = 0.05 \quad \Rightarrow P\left(Z > \frac{57-55}{\frac{\sigma}{4}}\right) = 0.05$ $\Rightarrow P\left(Z > \frac{8}{\sigma}\right) = 0.05$ $\Rightarrow 1 - P\left(Z < \frac{8}{\sigma}\right) = 0.05$ $\Rightarrow P\left(Z < \frac{8}{\sigma}\right) = 0.95$ $\Rightarrow \frac{8}{\sigma} = 1.64$ $\Rightarrow \sigma = \frac{8}{1.64} \approx 5 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (d)$
8	$n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1.96\times4.8}{1.2}\right)^2 \approx 62$…………….(b) إذن، يجب أن تشمل العينة المختارة 62 على الأقل، لضمان مستوى ثقة 90% و هامش خطأ لا يتجاوز 1.2
9	b

10	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $= \frac{5850 + 6100 + 5700 + 5950 + 6000 + 6200 + 5800 + 5900 + 6100 + 5600}{10}$ $= 5920$
11	<table><tr><th>x</th><th>x^2</th></tr><tr><td>5850</td><td>34222500</td></tr><tr><td>6100</td><td>37210000</td></tr><tr><td>5700</td><td>32490000</td></tr><tr><td>5950</td><td>35402500</td></tr><tr><td>6000</td><td>36000000</td></tr><tr><td>6200</td><td>38440000</td></tr><tr><td>5800</td><td>33640000</td></tr><tr><td>5900</td><td>34810000</td></tr><tr><td>6100</td><td>37210000</td></tr><tr><td>5600</td><td>31360000</td></tr><tr><td>المجموع</td><td>350785000</td></tr></table> $s^2 = \frac{\sum x^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{350785000 - 10(5920)^2}{9} \approx 35666.67$
12	$s = \sqrt{35666.67} \approx 188.86$
13	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 120 \text{ mmHg}$
14	$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{50}} \approx 2.12 \text{ mmHg}$
15	$\mu_{\bar{x}} = \mu = 90$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{36}} = 2$ $P(\bar{X} > 95) = P\left(Z > \frac{95-90}{2}\right)$ $= P(Z > 2.5)$ $= 1 - P(Z < 2.5)$ $= 1 - 0.9938 = 0.0062$

16	$X \sim B(108, 0.88)$ $np = 108 \times 0.88 = 95.04 > 5$, $n(1-p) = 108 \times 0.12 = 12.96 > 5$ إذن، يمكن استعمال التوزيع الطبيعي $Y \sim N(np, np(1-p))$ لتقريب توزيع ذي الحدين. $\mu = np = 95.04$ $\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{108 \times 0.88 \times 0.12} \approx 3.38$ المطلوب هو $P(X \geq 100)$ أي $P(Y \geq 99.5)$ $P(Y \geq 99.5) = P\left(Z \geq \frac{99.5 - 95.04}{3.38}\right)$ $= P(Z \geq 1.32)$ $= 1 - P(Z < 1.32)$ $= 1 - 0.9066$ $= 0.0934$
17	حجم العينة $n = 20$ الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 4.2$ الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 1.8$ مستوى الثقة 99% تقابله القيمة المعيارية: $z = 2.57$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، والتوزيع طبيعي، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.57 \times \frac{1.8}{\sqrt{20}} \approx 1.03$ نجد فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $4.2 - 1.03 < \mu < 4.2 + 1.03$ $3.17 < \mu < 5.23$ و هذا يعني أننا واثقون بنسبة 99% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي لكتل القطط المنزلية في مجتمع الدراسة يقع بين 3.17 kg و 5.23 kg

18	حجم العينة $n = 50$ الوسط الحسابي للعينة $\mu_{\bar{x}} = 870$ الانحراف المعياري للمجتمع $\sigma = 100$ مستوى الثقة 80% تقابله القيمة المعيارية z حيث: $2P(Z < z) - 1 = 0.80 \quad \Rightarrow P(Z < z) = 0.9 \quad \Rightarrow z = 1.28$ بما أن الانحراف المعياري للمجتمع معلوم، وحجم العينة أكبر من 30، إذن، يمكن حساب الحد الأقصى لخطأ التقدير للوسط الحسابي بالقانون: $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.28 \times \frac{100}{\sqrt{50}} \approx 18.10$ نجد فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $870 - 18.10 < \mu < 870 + 18.10$ $851.9 < \mu < 888.1$ وهذا يعني أننا واثقون بنسبة 80% (دون أن نكون متأكدين تمامًا) أن الوسط الحسابي لمدة عمل المصابيح التي ينتجها المصنع في مجتمع الدراسة تقع بين 851.9 h و 888.1 h.
19	حجم العينة $n = 50$ مستوى الثقة 98% تقابله القيمة المعيارية z حيث: $2P(Z < z) - 1 = 0.98 \quad \Rightarrow P(Z < z) = 0.99 \quad \Rightarrow z = 2.32$ $\bar{x} - E = 35.2$ $\bar{x} + E = 39.6$ بجمع المعادلتين، نحصل على: $2\bar{x} = 74.8 \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 37.4$
20	$E = 39.6 - 37.4 = 2.2$ $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad 2.2 = 2.32 \times \frac{\sigma}{\sqrt{50}} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{2.2\sqrt{50}}{2.32} \approx 6.71$

21	مستوى الثقة 99% تقابله القيمة المعيارية: $z = 2.57$ $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.57 \times \frac{6.71}{\sqrt{50}} \approx 2.44$ نجد فترة الثقة: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$ $37.4 - 2.44 < \mu < 37.4 + 2.44$ $34.96 < \mu < 39.84$
22	$H_0: \mu \leq 20$ (الادعاء) , $H_1: \mu > 20$ $n = 70$ $\bar{x} = 23.4$ $s = 9.5$ $\alpha = 5\% = 0.05$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu > 20$ إذن، الاختبار أحادي الطرف يمينًا. مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ إذن: $P(Z > z_\alpha) = 0.05 \Rightarrow P(Z < z_\alpha) = 0.9500 \Rightarrow z_\alpha = 1.64$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{23.4 - 20}{\frac{9.5}{\sqrt{70}}} \approx 3$ بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. و هذا يعني أنه توجد أدلة كافية لرفض الادعاء بأن الوسط الحسابي لزمن الانتظار في قسم الطوارئ لا يزيد على 20 دقيقة.

23	$H_0: \mu = 200$ (الادعاء) , $H_1: \mu \neq 200$ $n = 93$ $\bar{x} = 197.8$ $s = 5.4$ $\alpha = 10\% = 0.1$ نحسب القيمة الحرجة z_α: بما أن $H_1: \mu \neq 200$ إذن، الاختبار ثنائي الطرف. مستوى الدلالة $\alpha = 0.1$ إذن: $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ $P(Z < z_\alpha) = 0.05 \Rightarrow z_\alpha = -1.64$ نحسب قيمة الإحصائي z: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{197.8 - 200}{\frac{5.4}{\sqrt{93}}} \approx -3.93$ بما أن قيمة الإحصائي z تقع ضمن المنطقة الحرجة، فإننا نرفض الفرضية الصفرية. و هذا يعني أنه توجد أدلة كافية لرفض الادعاء بأن الوسط الحسابي لعدد الصفحات التي يمكن للقلم الواحد كتابتها هو 200 صفحة تحديدًا من دون نقص.