المركز الوطني
لتطوير المناهج
National Center
for Curriculum
Development

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الصف العاشر - كتاب التمارين

الفصل الدراسي الأول

10

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

يوسف سليمان جرادات إبراهيم عقله القادري هيثم زهير مرشود

نثين أحمد جوهر (منسقًا)

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهج في جلسـته رقـم (2020/4)، تاريـخ 2020/6/11 م، وقرار مجلس التربيـة والتعليم رقـم (2020/57) تاريـخ 2020/6/24 م بـدءًا مـن العام الـدراسي 2020 / 2021 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2020.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 361 - 6

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2052)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيـات: الصـف العاشـر: كتاب التماريـن (الفصل الدراسـي الأول)/ المركز الوطنـي لتطوير المناهـج. –ط2؛ مزيدة ومنقحة.– عمـان: المركز، 2022

(46) ص.

ر.إ.: 2022/4/2052

الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الاعدادي/ / المناهج/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية) 1441 هـ / 2020 م
أعيدت طباعته 2021 م – 2024 م

أعزّاءنا الطلبة ...

يحتوي هذا الكتاب تمارين متنوعة أعدت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي استكمال للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلمونها في كل درس، وتنمي مهارتكم الحسابية.

قد يختار المعلم/ المعلمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم البقية لتحلوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

تساعدكم الصفحات التي عنوانها (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ مما يعزز قدرتكم على متابعة التعلم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

يوجد فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة إجابته، وإذا لم يتسع هذا الفراغ لخطوات الحل جميعها فيمكنكم استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلمًا ممتعًا وميسّرًا.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 1 الأسسُ والمعادلاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **6**

الدرسُ 1 حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلةٍ خطِّيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ 12

الدرسُ 2 حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلتيْنِ تربيعيتيْنِ 13

الدرسُ 3 تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ 14

الدرسُ 4 حَلُّ المعادلةِ الأُسِّيَّةِ 15

الوحدةُ 2 الدائرةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **16**

الدرسُ 1 أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها 20

الدرسُ 2 الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ 21

الدرسُ 3 الزوايا في الدائرةِ 22

الدرسُ 4 معادلةُ الدائرةِ 23

الدرسُ 5 الدوائرُ المتماسَّةُ 24

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 3 حسابُ المثلثاتِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **25**

الدرسُ 1 النسبُ المثلثيةُ 30

الدرسُ 2 النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ 31

الدرسُ 3 تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ 32

الدرسُ 4 حَلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ 33

الوحدةُ 4 تطبيقاتُ المثلثاتِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ **34**

الدرسُ 1 الاتجاهُ منَ الشمالِ 38

الدرسُ 2 قانونُ الجيوبِ 39

الدرسُ 3 قانونُ جيوبِ التمامِ 40

الدرسُ 4 استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ 41

الدرسُ 5 حَلُّ مسائلَ ثلاثيةِ الأبعادِ 42

أوراقُ الرسمِ البيانيِّ 43

أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ: إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ (الدرسُ 1)

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

1. $x^2 - 3x = 0$
2. $8x^2 = -12x$
3. $4x^2 + 9x = 0$
4. $7x^2 = 6x$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $6x^2 = 20x$

المُعادلةُ المُعطاةُ	$6x^2 = 20x$
بطرحِ $20x$ مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ	$6x^2 - 20x = 0$
بإخراجِ العاملِ المُشتَرَكِ الأكبرِ	$2x(3x - 10) = 0$
خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ	$2x = 0 \quad \text{or} \quad 3x - 10 = 0$
بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ	$x = 0 \qquad x = \frac{10}{3}$

إذنْ، الجذرانِ هُما: $0, \frac{10}{3}$

التحقُّقُ: أعوّضُ قيمتَيْ x في المُعادلةِ الأصليَّةِ.

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ: الصورةُ القياسيةُ $x^2 + bx + c = 0$ (الدرسُ 1)

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

5. $x^2 - 2x - 15 = 0$
6. $t^2 - 8t + 16 = 0$
7. $x^2 - 18x = -32$
8. $x^2 + 2x = 24$
9. $x^2 = 17x - 72$
10. $x^2 + 5x + 4 = 0$
11. $s^2 + 20s + 100 = 0$
12. $y^2 + 8y = 20$
13. $m^2 - 12m + 32 = 0$

مثالٌ: أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

a) $x^2 + 6x + 8 = 0$

المُعادلةُ المُعطاةُ	$x^2 + 6x + 8 = 0$
بالتحليلِ إلى العواملِ	$(x + 4)(x + 2) = 0$
خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ	$x + 4 = 0 \quad \text{or} \quad x + 2 = 0$
بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ	$x = -4 \qquad x = -2$

إذنْ، الجذرانِ هُما: $-4, -2$

التحقُّقُ: أعوّضُ قيمتَيْ x في المُعادلةِ الأصليَّةِ.

أتذكَّرُ

لتحليلِ ثلاثيٍّ حدودٍ على الصورةِ $x^2 + bx + c$، حيثُ b وَ c عددانِ صحيحانِ، أبحثُ عنْ عددَيْنِ صحيحَيْنِ m وَ n مجموعُهُما يُساوي b، وحاصلُ ضربِهما يُساوي c، ثمَّ أكتبُ $x^2 + bx + c$ على الصورةِ $(x+m)(x+n)$.

b) $x^2 + 5x = 6$

المُعادلةُ المُعطاةُ	$x^2 + 5x = 6$
بطرحِ 6 مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ	$x^2 + 5x - 6 = 0$
بالتحليلِ إلى العواملِ	$(x - 1)(x + 6) = 0$
خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ	$x - 1 = 0 \quad \text{or} \quad x + 6 = 0$
بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ	$x = 1 \qquad x = -6$

إذنْ، الجذرانِ هُما: $1, -6$

التحقُّقُ: أعوّضُ قيمتَيْ x في المُعادلةِ الأصليَّةِ.

• حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ: الصورةُ القياسيةُ $ax^2 + bx + c = 0$ (الدرسُ 1)

أحلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ:

14. $24x^2 - 19x + 2 = 0$
15. $18t^2 + 9t + 1 = 0$
16. $5x^2 + 8x + 3 = 0$
17. $5x^2 - 9x - 2 = 0$
18. $4t^2 - 4t - 35 = 0$
19. $6x^2 + 15x - 9 = 0$
20. $28\,s^2 - 85s + 63 = 0$
21. $9d^2 - 24d - 9 = 0$
22. $8x(x + 1) = 16$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $30x^2 - 5x = 5$

المُعادلةُ المُعطاةُ $30x^2 - 5x = 5$

بطرحِ 5 مِنْ طرفَيِ المُعادلةِ $30x^2 - 5x - 5 = 0$

بِقسمَةِ طرفَيِ المُعادلةِ على 5 $6x^2 - x - 1 = 0$

بالتحليلِ إلى العواملِ $(3x + 1)(2x - 1) = 0$

خاصيَّةُ الضَّربِ الصِّفريِّ $3x + 1 = 0 \quad \text{or} \quad 2x - 1 = 0$

بحلِّ كلِّ مُعادلةٍ $x = -\frac{1}{3}$ $\qquad$ $x = \frac{1}{2}$

إذنْ، حَلّا المعادلةِ هما: $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

أتذكّرُ

لتحليلِ ثلاثيٍّ حدودٍ على الصورةِ $ax^2 + bx + c$، حيثُ a وَ b وَ c أعدادٌ صحيحةٌ، أَجِدُ عددَيْنِ صحيحَيْنِ m وَ n حاصلُ ضربِهما يُساوي (ac)، ومجموعُهُما يُساوي b، ثمَّ أكتبُ $ax^2 + bx + c$ على الصورةِ $ax^2 + mx + nx + c$، ثمَّ أحلّلُ بتجميعِ الحدودِ.

تحديدُ عددِ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ (الدرسُ 1)

أُحدِّدُ عددَ حلولِ كلٍّ منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

23 $x^2 + 6x - 7 = 0$ $\qquad$ 24 $x^2 - 4x + 4 = 0$ $\qquad$ 25 $x^2 - 2x + 7 = 0$

مثالٌ: أحدّدُ عددَ حلولِ المعادلةِ الآتيةِ:

$$x^2 + x + 4 = 0$$

أحدّدُ قيمَ المعاملاتِ ثم أعوّضُها في صيغةِ المميزِ:

$a = 1, b = 1, c = 4$

صيغةُ المميِّزِ (Δ) $\qquad$ $\Delta = b^2 - 4ac$

بتعويضِ قِيَمِ المعاملاتِ والتبسيطِ $= 1^2 - 4(1)(4) = -15$

قيمةُ المميِّزِ تُساوي 15− (سالبةٌ)، إذنْ: لا توجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

أتذكّرُ

إذا كانت قيمةُ المميزِ موجبةً فإن للمعادلةِ التربيعيةِ حلّين، وإذا كانت قيمةُ المميزِ صفرًا فإن للمعادلةِ التربيعيةِ حلًّا واحدًا فقط.

حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ بالقانونِ العامِ (الدرسُ 1)

أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ باستعمالِ القانونِ العامِ:

26 $x^2 + x - 6 = 0$ $\qquad$ 27 $x^2 + 4x - 1 = 0$ $\qquad$ 28 $x^2 + 2x - 5 = 0$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ: $x^2 + 4x - 12 = 0$ باستعمالِ القانونِ العامِ.

لحلِّ المعادلةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ، أَجِدُ قيمَ المعاملاتِ:

$$a = 1, b = 4, c = -12$$

القانونُ العامُّ $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بالتعويضِ والتبسيطِ $$= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x = \frac{-4 - 8}{2} = -6 \ , \ x = \frac{-4 + 8}{2} = 2$$

إذنْ، حَلّا المعادلةِ هما: $x = -6, x = 2$

• حلُّ أنظمةِ المعادلاتِ الخطيةِ (الدرسُ 1)

أحلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ:

29 $4x + 3y = 11$
$2x + y = 5$

30 $x - 2y = 1$
$2x - 4y = -3$

31 $2x - 4y = 1$
$5x - 10y = \frac{5}{2}$

مثالٌ: أَحُلُّ النظامَ الآتيَ باستعمالِ طريقةَ التعويضِ:

$$y = x - 3 \quad (1)$$
$$3x - 2y = 10 \quad (2)$$

الخطـوةُ 1 أعوّضُ المعادلةَ (1) في المعادلةِ (2)، ثمَّ أحلُّ المعادلةَ الناتجةَ.

بفكِّ الأقواسِ $$3x - 2(x - 3) = 10$$

بالتبسيطِ $$3x - 2x + 6 = 10$$

بالتبسيطِ $$x = 4$$

الخطـوةُ 2 أعوّضُ قيمةَ المُتغيِّرِ x في إحدى المعادلتيْنِ، ولتكنِ المعادلةَ (1) لإيجادِ قيمةِ y.

$$y = 4 - 3 = 1$$

إذنْ، حَلُّ النظامِ هوَ النقطةُ $(4, 1)$.

تبسيطُ المقاديرِ الأُسّيّةِ باستعمالِ خصائصِ ضربِ القُوى (الدرسُ 3)

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

32 $(3a^3 b^2)(4a^2 b)$

33 $(7a^4 b^5)(4ab^3)$

34 $(5x^2 b^4)(2ab^{-3})$

35 $(x^5 y^3)^3 (xy^5)^2$

36 $(x^4)^5 (x^3 y^2)^5$

37 $(5a^3 b^5)^4$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $(3ry^5)(6r^2 y^3)$

$(3ry^5)(6r^2 y^3) = (3\times6)(r \times r^2)(y^5 \times y^3)$ بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ

$= (3 \times 6)(r^{1+2})(y^{5+3})$ ضربُ القوى

$= 18r^3 y^8$ بالتبسيطِ

b) $(3r^4 y^5)^3$

$(3r^4 y^5)^3 = (3^3)(r^4)^3 (y^5)^3$ قوّةُ ناتجِ الضّرب

$= (3^3)(r^{4\times3})(y^{5\times3})$ قوّةُ القوّةِ

$= 27r^{12} y^{15}$ بالتبسيطِ

تبسيطُ المقاديرِ الأُسّيّةِ باستعمالِ خصائصِ قسمةِ القُوى (الدرسُ 3)

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

38 $(6a^2 b^3)(5a^{-4} b^{-5})$

39 $((-3x^2)^4)^{-7}$

40 $(m^{-3} n^4)^{-5}$

41 $\frac{12a^2 b^3}{6ab}$

42 $\frac{12a^{-3} b^4}{3a^2 b^{-3}}$

43 $\frac{(2a^2 bc^2)(6abc^3)}{4ab^0 c}$

مثالٌ: أكتبُ $\frac{3x^4 y^{-1} z^{-2}}{x^2 y^0}$ في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا مِنَ المتغيراتِ لا يساوي صفرًا.

$y^0 = 1$

$$\frac{3x^4 y^{-1} z^{-2}}{x^2 y^0} = \frac{3x^4 y^{-1} z^{-2}}{x^2}$$

بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ

$$= 3\left(\frac{x^4}{x^2}\right)(y^{-1})(z^{-2})$$

قسمةُ القوى

$$= 3(x^{4-2})(y^{-1})(z^{-2})$$

تعريفُ الأُسِّ السالبِ

$$= 3(x^2)\left(\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{z^2}\right)$$

بالضربِ

$$= \frac{3x^2}{yz^2}$$

الدرسُ 1

حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلةٍ خطِّيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ
Solving a System of Linear and Quadratic Equations

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1. $y = 7x + 15$
   $y = 3x^2 + 5x - 2$

2. $y - x = 1$
   $y = 2x^2 - 11x + 16$

3. $y - x = 10$
   $x^2 + y^2 = 50$

4. $x + y = 20$
   $x^2 - y^2 = 16$

5. $y - x = 0$
   $y = x^2 + 3x + 2$

6. $y = 2x - 5$
   $y = x^2 - 2x$

7. $y = x - 1$
   $y = x^2 - 3x + 2$

8. $y - 2x = 1$
   $y = 5x^2 + 4x - 1$

9. $y - x + 1 = 0$
   $y = x^2 + 3x$

10. $y = 2$
    $x^2 + y^2 = 4$

11. $y - x = 1$
    $y = x^2 + 6x + 8$

12. $y = 2 - 3x$
    $y = x^2 - 4x + 3$

13. **حدائقُ:** حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ، طولُ قُطْرِها 30 m، ومحيطُها 84 m. أَجِدُ بُعْدَيْها.

14. **سَجّادٌ:** اشترَتْ ليلي سَجّادةً مستطيلةَ الشكلِ، طولُ قُطْرِها $\frac{1}{2}\sqrt{34}$ m، ومحيطُها 8 m. أَجِدُ بُعْدَيْها.

15. **ادِّخارٌ:** إذا كانَ الفرقُ بينَ المبلغِ الذي ادَّخرَتْهُ رزانُ والمبلغُ الذي ادَّخرَتْهُ أختُها هديلُ هوَ ديناريْنِ، وكانَ مجموعُ مربَّعَيْ ما معَهُما 74 دينارًا، فكمْ دينارًا ادَّخرَتْ كلٌّ منْهُما؟

16. **نقودٌ:** قالَ مازنٌ إنَّ مجموعَ مالديَّ ولدى أخي منْ نقودٍ هوَ 7 دنانيرَ، وإنَّ الفرقَ بينَ مربَّعَيْ ما معَنا هوَ 7 دنانيرَ. كمْ دينارًا معَ مازنٍ وأخيهِ؟

17. إذا قطعَ $y = 3x - 2$ المنحنى $y = x^2 - px + 2$ في نقطةٍ واحدةٍ، فما قيمةُ p؟

الدرسُ 2

حَلُّ نظامٍ مُكوَّنٍ منْ معادلتيْنِ تربيعيتيْنِ
Solving a System of Two Quadratic Equations

أَحُلُّ كلًّا منْ أنظمةِ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صِحَّةِ الحَلِّ:

1. $y = x^2 - 6x + 9$
   $y = x^2 - 3x$

2. $y - 3x^2 = x + 2$
   $y = -6x^2 + 7x$

3. $y = 0.5x^2 + 0.5x + 1$
   $y = -x^2 + 2x + 4$

4. $y = 2x^2 + 8x + 4$
   $y = x^2 + 2x + 4$

5. $y - x^2 = 0$
   $y + x^2 = 0$

6. $y = x^2 + x - 1$
   $y = 5 - x^2$

7. $y = x^2 + x + 2$
   $y + x^2 + 2 = 0$

8. $y = x^2 + 2x + 2$
   $y = -x^2 - 2x + 2$

9. $y = -x^2 + 2x + 2$
   $y = -x^2 - 2x + 2$

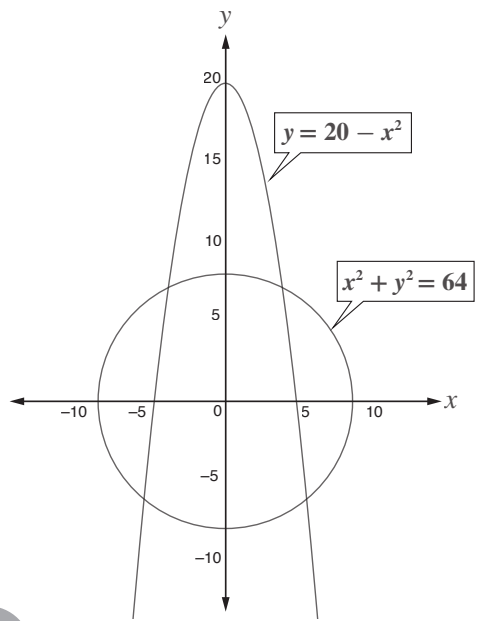
10. $y^2 = -x^2 + 4$
    $y = 0.5x^2 - 2$

11. $4y + 9x^2 = 25$
    $y - x^2 = 3x - 4$

12. $x^2 + y^2 = 16$
    $y^2 = (x - 3)^2$

13. **كرةٌ طائرةٌ:** في أثناءِ لعبِ ساميةَ وهندَ كرةَ الطائرةِ، رمَتْ ساميةُ الكرةَ على شكلِ منحنًى معادلتُهُ $y = -x^2 + 3$، ثمَّ رمَتْ هندُ الكرةَ على شكلِ منحنًى معادلتُهُ $y = -x^2 + 2x$. أَجِدُ إحداثياتِ نقطةِ التقاءِ الكرتيْنِ.

14. **أبراجٌ:** أرادَ مركزُ حراسةٍ إيجادَ نقاطِ التقاطعِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ لتركيبِ أبراجِ مراقبةٍ عندها. أَجِدُ إحداثياتِ هذِهِ النقاطِ.



الدرسُ 3

تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ
Simplifying Exponential Expressions

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $16^{\frac{1}{4}}$
2. $36^{\frac{3}{2}}$
3. $32^{-\frac{3}{5}}$
4. $(81)^{\frac{1}{4}}$
5. $(-27)^{\frac{2}{3}}$
6. $(-64)^{\frac{2}{3}}$
7. $1^{-\frac{4}{9}}$
8. $25^{-\frac{3}{2}}$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

9. $y^{\frac{4}{3}} \times y^{-\frac{5}{2}}$
10. $z^{\frac{7}{2}} \times z^{-\frac{3}{4}}$
11. $\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{5}{2}}$
12. $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{-\frac{7}{3}}$
13. $\dfrac{x^{\frac{2}{7}}}{x^{-\frac{3}{5}}}$
14. $\dfrac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-\frac{1}{4}}}$
15. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-\frac{3}{7}}$
16. $\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{x^4}}$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

17. $\dfrac{8x^{-\frac{7}{2}}y^{\frac{1}{3}}}{2x^{\frac{5}{2}}y}$
18. $\dfrac{10xy^{-\frac{3}{4}}}{5x^{-\frac{5}{3}}y^{\frac{4}{3}}}$
19. $\dfrac{(4y^{-\frac{7}{3}}) \times (24xy^{\frac{3}{2}})}{(2x^{\frac{5}{3}}y)(y^{-\frac{5}{2}})}$
20. $\dfrac{(125y^{-\frac{2}{5}}) \times (10x^{\frac{2}{7}}y^{\frac{1}{5}})}{(5xy^{-\frac{5}{2}})(y^{-\frac{7}{5}})}$
21. $\sqrt[3]{2x^{27}y^{9}}$
22. $\sqrt{9x^{8}y^{4}}$

23. **بكتيريا:** تتضاعفُ عيِّنةُ بكتيريا مخبريةٍ 4 مَرّاتٍ كلَّ أسبوعٍ. إذا كانَ في العيِّنةِ 3500 خليةٍ بكتيريةٍ اليومَ، فكمْ يصبحُ عددُها بعدَ مرورِ 7 أسابيعَ؟

الدرسُ 4

حَلُّ المعادلةِ الأُسِّيَّةِ
Solving Exponential Equation

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $64 = (16)^{5x+7}$
2. $49 = (343)^{7x+1}$
3. $16^{2x+3} = 4^{x+1}$
4. $36^{3x-1} = 6^{x-2}$
5. $125^{x} = 5 \times \left(\frac{1}{25}\right)^{x}$
6. $81^{x} = 3 \times \left(\frac{1}{9}\right)^{x}$
7. $128^{5x-4} = \frac{2}{\sqrt{2}}$
8. $2^{x} = \frac{16^{2x}}{32^{x+1}}$
9. $\frac{3^{x+2}}{9^{1-x}} = \frac{27^{2-x}}{3^{1-x}}$
10. $\frac{25^{\frac{x}{2}}}{125^{-x}} = \frac{5^{3x+1}}{25^{x}}$
11. $\frac{8^{x-\frac{1}{3}}}{64^{\frac{2x}{3}}} = \frac{4^{\frac{x}{2}}}{32^{-x}}$
12. $\frac{100^{2-\frac{x}{2}}}{1000^{\frac{x}{3}}} = \frac{1000^{\frac{x}{3}-1}}{100^{\frac{5x}{2}}}$
13. **كهرباءُ:** تقاسُ شِدَّةُ التيارِ الكهربائيِّ بوحدةِ الأمبيرِ A. إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ شِدَّةِ التيارِ I والزمنِ بالثواني t هيَ: $I = 2^{-t}$، فبعدَ كمْ ثانيةً تصبحُ شِدَّةُ التيارِ $0.125\ A$؟

أَحُلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةِ:

14. $125^{x} \times 25^{-y} = 625$
    $4^{x} \times 2^{y} = 8$
15. $16^{x} \times 2^{3y} = 2048$
    $49^{x} \times 7^{y} = 16807$
16. $25^{x} \times 5^{y} = 125$
    $4^{2x} \times 2^{2y} = 64$
17. $27^{x} \times 9^{2y} = 81$
    $2^{5x} \times 32^{y} = 128$

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الأُسِّيةِ الآتيةِ بيانيًّا:

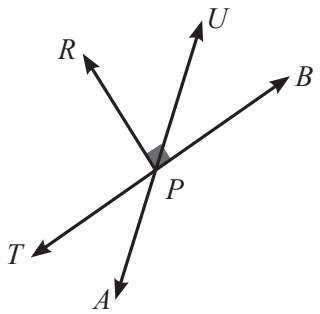
18. $\left(\frac{1}{2}\right)^{7x+1} = -9$
19. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} = 10$
20. $2^{x+6} = 2x + 15$
21. $3x - 2 = 5^{x-1}$

الوحدةُ 2: الدائرةُ

أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

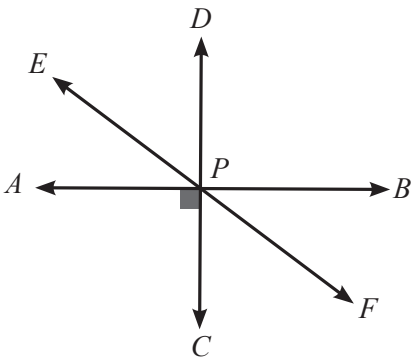
العلاقاتُ بَيْنَ الزّوايا (الدرسُ ١)

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسَمّي:



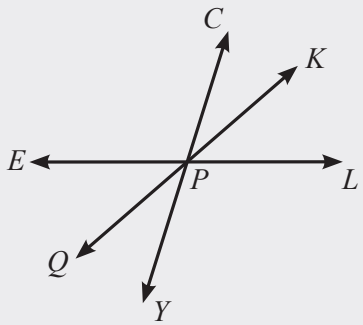
1. زاويتَينِ متقابلتَينِ بالرّأسِ.
2. زاويتَينِ متكاملتَينِ.
3. زاويتَينِ متجاورتَينِ.
4. زاويتَينِ متتامّتَينِ.

اعتمادًا على الشّكلِ المجاورِ، أسمّي:



5. زاويتَينِ متقابلتَينِ بالرّأسِ.
6. زاويتَينِ متجاورتَينِ.
7. زاويتَينِ متكاملتَينِ.
8. زاويتَينِ متتامّتَينِ.

مثالٌ: اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أُسَمّي:



a) زاويتَينِ متقابلتَينِ بالرّأسِ:

$\angle CPK, \angle QPY$؛ لأنَّهُما نَتَجَتا منْ تقاطعِ المستقيمينِ $\overleftrightarrow{QK}, \overleftrightarrow{CY}$

b) زاويتَينِ متكاملتَينِ:

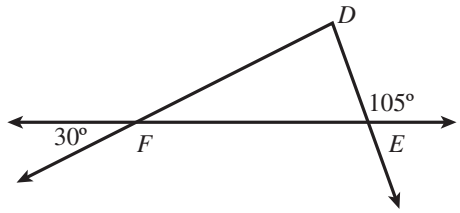
$\angle CPE, \angle CPL$؛ لأنَّ مجموعَ قياسَيْهِما $180°$، وهما تشكِّلانِ زاويةً مستقيمةً.

c) زاويتَينِ متجاورتَينِ:

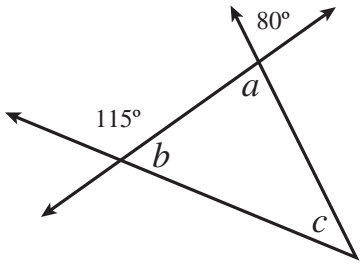
$\angle KPL, \angle LPY$؛ لأنَّ لهُما رأسًا مشترَكًا (P)، وضلعًا مشترَكًا $\overrightarrow{PL}$، ولا تَتَداخلانِ.

• إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ العلاقاتِ بينَ الزوايا (الدرسُ 1)

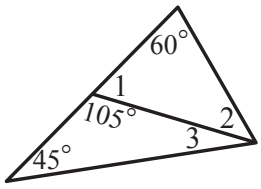
9 ما نوعُ المثلثِ DEF في الشكلِ الآتي؟ أبرّرُ إجابتي.

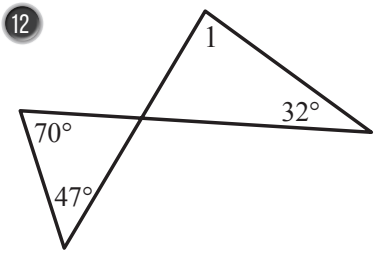


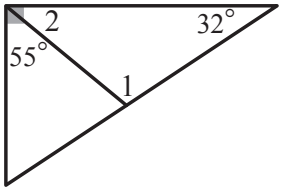
10 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ: a، وَ b، وَ c في الشكلِ الآتي:

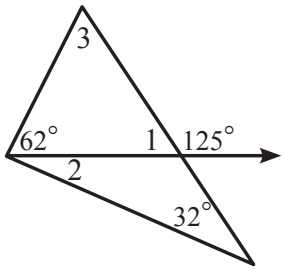


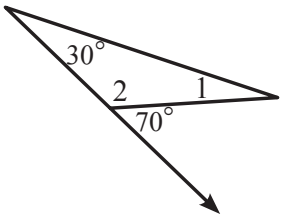
أجدُ قياساتِ الزوايا المرقَّمةِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

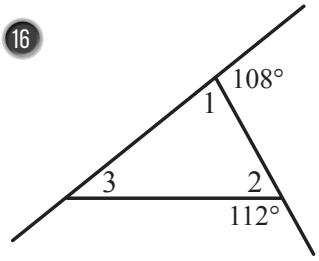
11


12


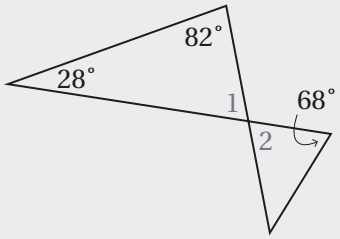
13


14


15


16


مثالٌ: أجدُ قياسَ كلٍّ مِنَ الزّاويتَينِ **1** وَ **2** في الشكلِ المجاورِ.



الخطـوةُ 1 أجدُ $m\angle 1$

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ $m\angle 1 + 28° + 82° = 180°$

أجمعُ $m\angle 1 + 110° = 180°$

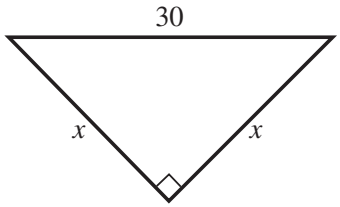
أطرحُ $110°$ مِنْ كلا الطرفَينِ $m\angle 1 = 70°$

الخطـوةُ 2 أجدُ $m\angle 2$

بما أنَّ $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتانِ بالرأسِ، إذنْ $m\angle 2 = 70°$

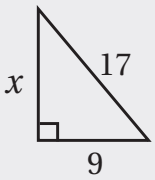
• نظريةُ فيثاغورس (الدرسُ 1)

17 أَجِدُ قيمةَ x في الشكلِ المجاورِ، وأقرّبُ إجابتي إلى منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ:



18 **نجارةٌ:** صنعَ فيصلٌ بابًا لمزرعتِهِ مستطيلَ الشكلِ، وقدْ بلغَ عرضُهُ 1.2 m وارتفاعُهُ 2.5 m، ثمَّ أرادَ تدعيمَ البابِ بوضعِ قطعةٍ خشبيةٍ رفيعةٍ تمتدُّ بينَ زاويتيْنِ متقابلتيْنِ فيهِ. ما طولُ هذهِ القطعةِ الإضافيةِ؟

مثالٌ: أَجِدُ قيمةَ x في الشكلِ المجاورِ، وأقرّبُ إجابتي إلى منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ:

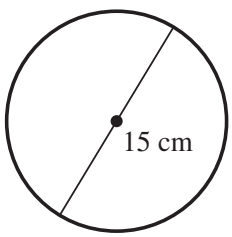


$x^2 = 17^2 - 9^2$	نظريةُ فيثاغورس
$= 289 - 81$	بالتبسيطِ
$= 208$	بالتبسيطِ
$x = \sqrt{208} = 14.4222$	بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ
≈ 14.4	بالتقريبِ إلى منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ

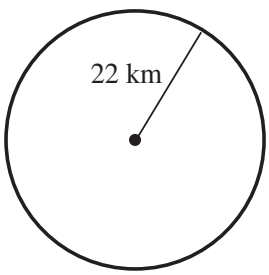
• محيطُ الدائرةِ ومساحتها (الدرسُ 2)

أجدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أجدُ مِساحتَها. أُقرِّبُ إجابَتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:

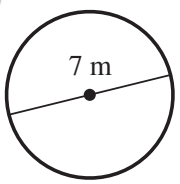
19



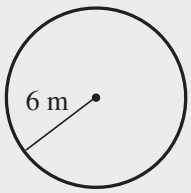
20



21



مثالٌ: أجدُ محيطَ الدائرةِ المرسومةِ جانبًا، ثمَّ أجدُ مساحتها. أُقرِّبُ إجابَتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:



$C = 2\pi r$ — صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$\approx 2 \times 3.14 \times 6$ — أُعوِّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 6$

≈ 37.7 — أجدُ الناتجَ

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يُساوي 37.7 m تقريبًا.

$A = \pi r^2$ — صيغةُ مِساحةِ الدائرةِ

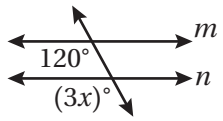
$\approx 3.14 \times 6^2$ — أعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 6$

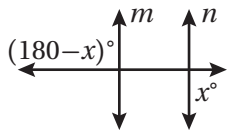
≈ 113 — أجدُ الناتجَ

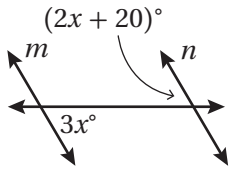
إذنْ، مِساحةُ الدائرةِ تُساوي $113\ m^2$ تقريبًا.

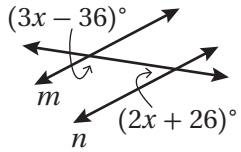
• المستقيماتُ المتوازيةُ وأزواجُ الزّوايا (الدرسُ 3)

أجدُ قيمةَ x إذا كانَ $n \parallel m$ في كلٍّ ممّا يأتي:

22


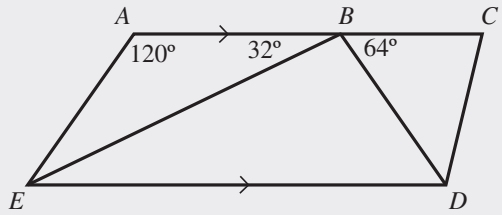
23


24


25


مثالٌ: إذا كانَ $AC \parallel ED$، فأَجِدُ قياسَ الزوايا الآتيةِ:

EBD, AEB, DEB



$m\angle EBD = 180° - 32° - 64° = 84°$ — مجموعُ الزوايا المتجاورةِ على مستقيمٍ هوَ $180°$

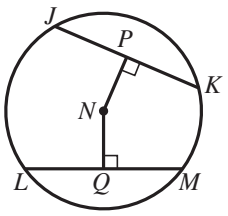
$m\angle AEB = 180° - 32° - 120° = 28°$ — مجموعُ قياسِ زوايا المثلثِ ABE هوَ $180°$

$m\angle DEB = m\angle ABE = 32°$ — زاويتانِ داخليتانِ متبادلتانِ

الدرسُ 1

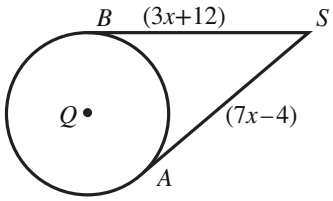
أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماسّاتُها
Chords, Diameters and Tangents of a Circle

يُمثِّلُ N مركزَ الدائرةِ في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ $JK = LM = 24$ cm ، وكانَ $NP = 9$ cm ، فأَجِدُ:



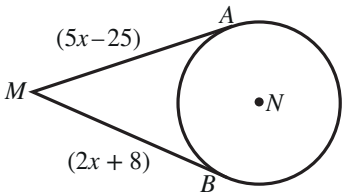
1. طولَ $\overline{NQ}$.
2. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ.

$\overline{SB}$ ، وَ $\overline{SA}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها Q. إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 10 cm، فأَجِدُ:

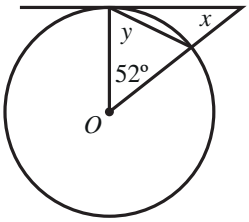


3. قيمةَ x .
4. طولَ $\overline{QS}$.

$\overline{MB}$ ، وَ $\overline{MA}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها N. إذا كانَ $MN = 34$ cm، فأَجِدُ:

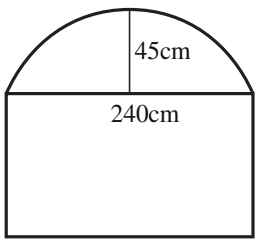


5. قيمةَ x .
6. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ.



7. يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ مماسًّا لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ x، وَ y.

نافذةٌ على شكلِ مستطيلٍ طولُها 240 cm، يعلو المستطيلَ قوسٌ منْ دائرةٍ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ ارتفاعُ منتصفِ القوسِ عنْ منتصفِ الضلعِ العلويِّ منَ المستطيلِ 45 cm، فأَجِدُ:

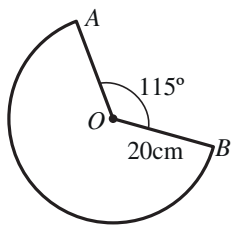


8. طولَ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ التي كانَ القوسُ جزءًا منْها.

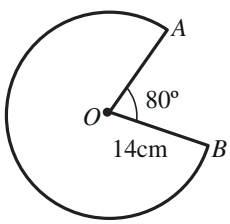
الدرسُ 2

الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ
Arcs and Sectors

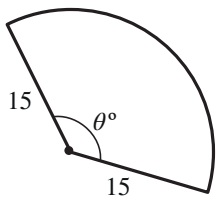
1. أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 120°، وطولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 21 cm.
2. أَجِدُ طولَ القوسِ ومساحةَ القطاعِ إذا كانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 135°، وطولُ قُطْرِ الدائرةِ 14 cm.
3. إذا كانَتْ مساحةُ قطاعٍ دائريٍّ $35\ cm^2$، وكانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 72°، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟
4. إذا كانَتْ مساحةُ قطاعٍ دائريٍّ $60\ cm^2$، وكانَ قياسُ زاويةِ القطاعِ 45°، فما طولُ قُطْرِ الدائرةِ؟
5. أَجِدُ محيطَ القطاعِ الدائريِّ الآتي.



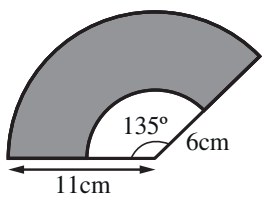
6. أَجِدُ محيطَ القطاعِ الدائريِّ الآتي.



7. إذا كانَتْ مساحةُ القطاعِ الدائريِّ المجاورِ $200\ cm^2$، فما قيمةُ θ؟



8. أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المُظلَّلةِ في الشكلِ المجاورِ.



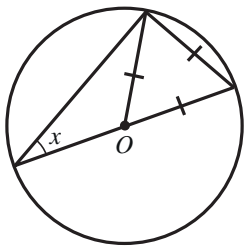
9. **علومٌ:** وُضِعَتْ كرةٌ طولُ قُطْرِها 15cm على بُعْدٍ أفقيٍّ يساوي x مِنْ عينِ آلاءَ. إذا كانَ طولُ خطِّ البصرِ الواصلِ بينَ مركزِ العينِ وأبعدِ نقطةٍ على الكرةِ يُمكِنُ أنْ تراها آلاءُ هوَ 40cm، فما قيمةُ x؟

الدرسُ 3

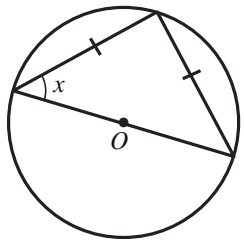
الزوايا في الدائرةِ
Angles in a Circle

إذا كانَتِ النقطةُ O هيَ مركزَ الدائرةِ، فما قيمةُ x في كلٍّ منَ الشكليْنِ الآتييْنِ؟

1

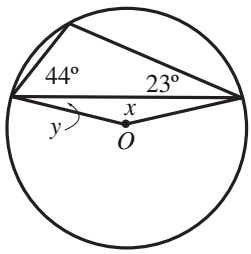


2

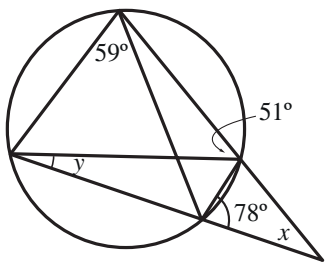


أَجِدُ قياسَ الزوايا المشارِ إليْها بأحرفٍ في ما يأتي (أفترضُ أنَّ O هيَ مركزُ الدائرةِ):

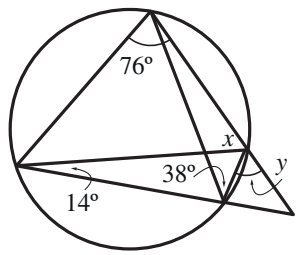
3



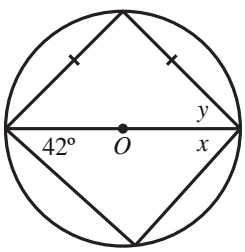
4



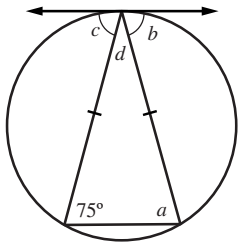
5



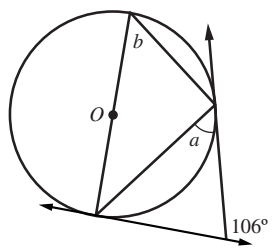
6



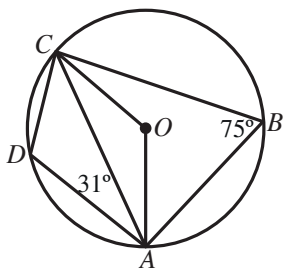
7



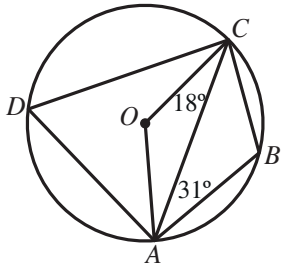
8



9 تقــعُ النقــاطُ: A، وَB، وَC، وَ D على دائرةٍ مركزُها O. اعتمادًا على القياســاتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ، أَجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ OCA، وَ DCA .



10 تقعُ النقــاطُ: A، وَB، وَC، وَ D على دائرةٍ مركزُها O. اعتمادًا على القياســاتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ، أَجِدُ قياسَ كلٍّ منَ الزاويتيْنِ OAC، وَ BCA .



الدرسُ 4

معادلةُ الدائرةِ
Equation of a Circle

أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ معادلةَ الدائرةِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

1. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (4– ,2)، وطولُ نصفِ قُطْرِها 6 وحداتٍ.
2. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (1– ,3–)، وطولُ نصفِ قُطْرِها 4 وحداتٍ.
3. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (2, 0)، وتمرُّ بالنقطةِ (5, 10).
4. دائرةٌ مركزُها النقطةُ (7, 3)، وتمرُّ بالنقطةِ (3, 1–).
5. دائرةٌ تُمثِّلُ النقطتانِ $A(11, -4), B(5, 6)$ نهايتَيْ قُطْرٍ فيها.
6. دائرةٌ تُمثِّلُ النقطتانِ $S(4,12), T(6 , -8)$ نهايتَيْ قُطْرٍ فيها.

أَجِدُ إحداثيَّي المركزِ، وطولَ نصفِ القُطْرِ لكلِّ دائرةٍ في ما يأتي:

7. $(x + 6)^2 + (y - 3)^2 = 169$
8. $3x^2 + 3y^2 + 12x - 36y - 72 = 0$
9. $x^2 + (y - 7)^2 = 225$
10. $2x^2 + 2y^2 - 20x - 16y + 10 = 0$

11. أَجِدُ طولَ المماسِّ المرسومِ منَ النقطةِ $T(8,7)$، الذي يمسُّ الدائرةَ التي معادلتُها $(x +5)^2 + (y - 3)^2 = 41$.
12. تُمثِّلُ النقاطُ: $A(-5, -2)$، وَ $B(7, -8)$، وَ $C(3, -16)$ مواقعَ 3 أبراجِ اتصالاتٍ. أَجِدُ موقعَ البرجِ الرابعِ الذي يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الأبراجِ الثلاثةِ، ثمَّ أكتبُ معادلةَ الدائرةِ التي تقعُ عليْها الأبراجُ الثلاثةُ.

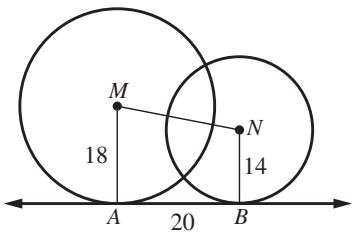
الدرسُ 5

الدوائرُ المتماسَّةُ
Tangent Circles

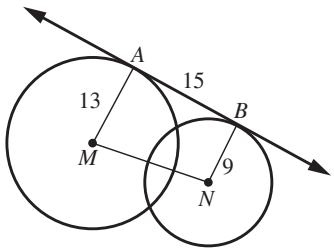
1. كمْ مماسًّا مشتركًا داخليًّا يُمكِنُ أنْ أرسمَ لدائرتيْنِ متماسَّتيْنِ منَ الداخلِ؟

2. كمْ مماسًّا مشتركًا خارجيًّا يُمكِنُ أنْ أرسمَ لدائرتيْنِ متقاطعتيْنِ؟

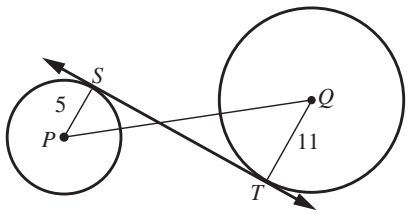
3. إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدائرتيْنِ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ؟



4. إذا كانَ $\overleftrightarrow{AB}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، فما المسافةُ بينَ مركزَيِ الدائرتيْنِ باستعمالِ القياساتِ المُبيَّنةِ في الشكلِ؟



5. إذا كانَ $\overleftrightarrow{ST}$ مماسًّا مشتركًا للدائرتيْنِ في الشكلِ المجاورِ، وكانَ $PQ = 34$ cm، فما طولُ $\overleftrightarrow{ST}$؟



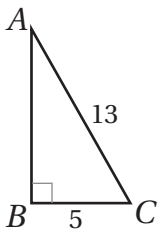
6. رُسِمَتْ دائرتانِ، الأولى مركزُها M، وطولُ نصفِ قُطْرِها 25 cm، والثانيةُ مركزُها N، وطولُ نصفِ قُطْرِها 36 cm، والمسافةُ بينَ مركزيْهِما 61 cm، ورُسِمَ لهُما مماسٌّ مشتركٌ، مَسَّ الصغرى في النقطةِ A، ومَسَّ الكبرى في النقطةِ B. ما نوعُ الشكلِ الرباعيِّ $AMNB$؟ ما أطوالُ أضلاعِهِ؟

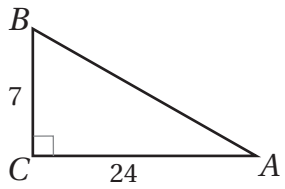
7. رُسِمَتْ دائرتانِ، الأولى مركزُها P، وطولُ نصفِ قُطْرِها 12 cm، والثانيةُ مركزُها Q، وطولُ نصفِ قُطْرِها 27 cm، والمسافةُ بينَ مركزيْهِما 39 cm، ورُسِمَ لهُما مماسٌّ مشتركٌ، مَسَّ الصغرى في النقطةِ R، ومَسَّ الكبرى في النقطةِ S. ما نوعُ الشكلِ الرباعيِّ $RPQS$؟ ما أطوالُ أضلاعِهِ؟

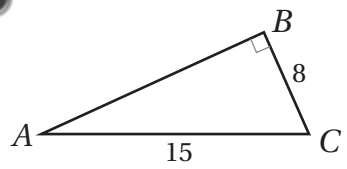
أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

النسبُ المثلثيةُ (الدرسُ 1)

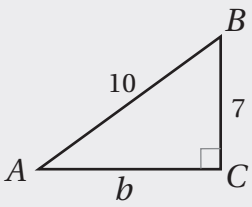
أجدُ قِيَمَ النسبِ المُثلَّثيةِ الثلاثِ للزاويةِ A في كلٍّ ممّا يأتي، وأتركُ إجابتي في صورةِ كسرٍ:

1


2


3


مثالٌ: أجدُ قِيَمَ النسبِ المُثلَّثيةِ الثلاثِ للزاويةِ A في المُثلَّثِ المُجاورِ.



الخطوةُ 1 أستعملُ نظريةَ فيثاغورس لإيجادِ b.

نظريةُ فيثاغورس $a^2 + b^2 = c^2$

بتعويضِ $a = 7, c = 10$ $7^2 + b^2 = 10^2$

بالتبسيطِ $49 + b^2 = 100$

بطرحِ 49 منْ طرفَيِ المعادلةِ $b^2 = 51$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ لطرفَيِ المعادلةِ $b = \pm\sqrt{51}$

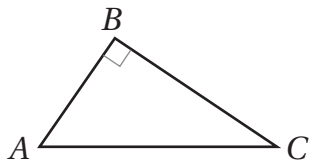
بما أنَّ الطولَ لا يُمكِنُ أنْ يكونَ سالبًا، فإنَّ $b = \sqrt{51}$.

الخطوةُ 2 أجدُ النسبَ المُثلَّثيةَ الثلاثَ.

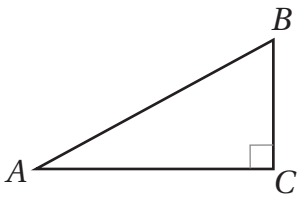
$$\sin A = \frac{a}{c} = \frac{7}{10} \quad | \quad \cos A = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{51}}{10} \quad | \quad \tan A = \frac{a}{b} = \frac{7}{\sqrt{51}}$$

• متطابقةُ فيثاغورس (الدرسُ 1)

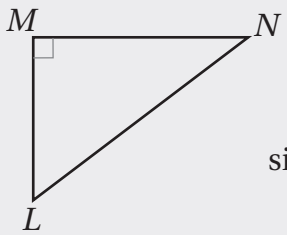
4 في المُثلَّثِ المُجاورِ، إذا كانَ $\cos A = \frac{3}{5}$، فأجدُ $\sin A$.



5 في المُثلَّثِ المُجاورِ، إذا كانَ $\sin A = \frac{8}{17}$، فأجدُ $\cos A$.



مثالٌ: في المُثلَّثِ المُجاورِ، إذا كانَ $\sin N = \frac{2}{3}$، فأجدُ $\cos N$.



مُتطابقةُ فيثاغورس	$\sin^2 N + \cos^2 N = 1$
بتعويضِ $\sin N = \frac{2}{3}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 N = 1$
بالتربيعِ	$\frac{4}{9} + \cos^2 N = 1$
بطرحِ $\frac{4}{9}$ منْ طرفَيِ المعادلةِ	$\cos^2 N = \frac{5}{9}$
بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ	$\cos N = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

بما أنَّ جيبَ التمامِ للزاويةِ N في المُثلَّثِ قائمِ الزاويةِ LMN هوَ ناتجُ قسمةِ طولِ الضلعِ المُجاورِ على الوترِ، وبما أنَّ الأطوالَ لا يُمكِنُ أنْ تكونَ سالبةً، فإنَّ $\cos N$ قيمةٌ موجبةٌ؛ أيْ إنَّ $\cos N = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

• إيجادُ النسبِ المثلثيةِ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ (الدرسُ 2)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، وأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ ثلاثِ منازلَ عشريةٍ:

6 $\sin 43°$
7 $\sin 67.2°$
8 $\sin 90°$
9 $\cos 80°$
10 $\cos 22°$
11 $\cos 90°$
12 $\tan 20°$
13 $\tan 45°$
14 $\tan 30°$

مثالٌ: أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، وأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ ثلاثِ منازلَ عشريةٍ:

a) sin 54°

أضغطُ على مفتاحِ [sin] ، ثمَّ أُدخِلُ القيمةَ 54، ثمَّ أضغطُ على مفتاحِ [=] ، فتظهرُ النتيجةُ:

[sin] [5] [4] [=] 0.8090169944

بالتقريبِ إلى ثلاثِ منازلَ عشريةٍ، فإنَّ النتيجةَ هيَ: 0.809

إذنْ، $\sin 54° \approx 0.809$.

b) cos 80°

أضغطُ على مفتاحِ [cos] ، ثمَّ أُدخِلُ القيمةَ 80، ثمَّ أضغطُ على مفتاحِ [=] ، فتظهرُ النتيجةُ:

[cos] [8] [0] [=] 0.1736481777

بالتقريبِ إلى ثلاثِ منازلَ عشريةٍ، فإنَّ النتيجةَ هيَ: 0.174

إذنْ، $\cos 80° \approx 0.174$.

c) tan 25°

أضغطُ على مفتاحِ [tan] ، ثمَّ أُدخِلُ القيمةَ 25، ثمَّ أضغطُ على مفتاحِ [=] ، فتظهرُ النتيجةُ:

[tan] [2] [5] [=] 0.4663076582

بالتقريبِ إلى ثلاثِ منازلَ عشريةٍ، فإنَّ النتيجةَ هيَ: 0.466

إذنْ، $\tan 25° \approx 0.466$.

- **إيجادُ زاويةٍ حادّةٍ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ إذا عُلِمَتْ إحدى نسبِها باستعمالِ معكوسِ النسبةِ المثلثية** (الدرسُ 2)

أجدُ قياسَ $\angle A$ الحادَّةِ في كلٍّ ممّا يأتي، وأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ:

15) $\sin A = \frac{4}{9}$

16) $\cos A = 0.64$

17) $\tan A = 0.707$

أجدُ قياسَ $\angle B$ الحادَّةِ في كلٍّ ممّا يأتي، وأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ:

18) $\sin B = 0.5$

19) $\sin B = 0.999$

20) $\sin B = 0.877$

مثالٌ: أجدُ قياسَ $\angle A$ الحادَّةِ في كلٍّ ممّا يأتي، وأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ:

a) $\sin A = \frac{3}{8}$

النسبةُ المعطاةُ $\sin A = \frac{3}{8}$

معكوسُ الجيبِ $m\angle A = \sin^{-1}\left(\frac{3}{8}\right)$

والآنَ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ $\sin^{-1}\left(\frac{3}{8}\right)$ كما يأتي:

SHIFT sin (3 ÷ 8) = 22.024312837

بالتقريبِ إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ، فإنَّ النتيجةَ هيَ: $22.0°$

إذنْ، $m\angle A \approx 22°$.

b) $\cos A = \frac{10}{13}$

النسبةُ المعطاةُ $\cos A = \frac{10}{13}$

معكوسُ جيبِ التمامِ $m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{10}{13}\right)$

والآنَ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ $\cos^{-1}\left(\frac{10}{13}\right)$ كما يأتي:

SHIFT cos (10 ÷ 13) = 39.7151372318

بالتقريبِ إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ، فإنَّ النتيجةَ هيَ: $39.7°$

إذنْ، $m\angle A \approx 39.7°$.

c) $\tan A = \frac{12}{5}$

النسبةُ المعطاةُ $\tan A = \frac{12}{5}$

معكوسُ الجيبِ $m\angle A = \tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$

والآنَ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ $\tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right)$ كما يأتي:

SHIFT tan (12 ÷ 5) = 67.380135052

بالتقريبِ إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ، فإنَّ النتيجةَ هيَ: $67.4°$

إذنْ، $m\angle A \approx 67.4°$.

• تمثيلُ الاقتراناتِ بيانيًّا (الدرسُ 3)

أمثّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي في المستوى الإحداثيِّ:

21 $y = 2x + 3$

22 $y = 4 - 3x$

23 $y + x = 10$

24 $y = x^2$

25 $y = 3x - x^2$

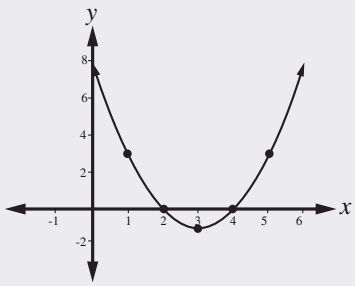
26 $y = x^2 - 2x - 3$

مثالٌ: أمثّلُ الاقترانَ الآتيَ: $y = x^2 - 6x + 8$ في المستوى الإحداثيِّ:

الخطوةُ 1 أنشئُ جدولَ قيمٍ كالآتي.

x	1	2	3	4	5
y	3	0	–1	0	3
(x, y)	(1, 3)	(2, 0)	(3, –1)	(4, 0)	(5, 3)

الخطوةُ 2 أعيّنُ النقاطَ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أَصِلُ بينَها بمنحنًى.



• حلُّ المعادلاتِ (الدرسُ 4)

أَحُلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

27 $2x + 3 = 11$

28 $5x - 4 = 10 - 2x$

29 $2(3-2x) + 5 = x - 7$

30 $3x^2 - 12x = 0$

31 $2x^2 - 5x - 3 = 0$

32 $x^2 - 9 = 0$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $9x^2 - 6x = 8$

المعادلةُ الأصليَّةُ	$9x^2 - 6x - 8 = 0$
بالتحليلِ إلى العواملِ	$(3x + 2)(3x - 4) = 0$
خاصيَّةُ الضربِ الصفريِّ	$3x + 2 = 0, 3x - 4 = 0$
بإيجادِ قيمةِ x	$x = \frac{-2}{3}$, $x = 1\frac{1}{3}$

إذنْ، حلّا المعادلةِ هُما $1\frac{1}{3}$ و $\frac{-2}{3}$

النسبُ المثلثيةُ
Trigonometric Ratios

أرسمُ الزوايا الآتيةَ في الوضعِ القياسيِّ:

1. 170°
2. 240°
3. 315°
4. 85°

أُحدِّدُ الربعَ الذي يقعُ فيهِ ضلعُ انتهاءِ كلِّ زاويةٍ ممّا يأتي إذا رُسِمَتْ في الوضعِ القياسيِّ:

5. 245°
6. 275°
7. 130°
8. 26°

أَجِدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ للزاويةِ θ إذا قَطعَ ضلعُ انتهائِها في الوضعِ القياسيِّ دائرةَ الوحدةِ في النقطةِ:

9. $P(0, -1)$
10. $P(1, 0)$
11. $P\left(\frac{8}{17}, -\frac{15}{17}\right)$
12. $P\left(\frac{-60}{61}, \frac{-11}{61}\right)$

أُحدِّدُ الربعَ (أوِ الأرباعَ) الذي يقعُ فيهِ ضلعُ انتهاءِ الزاويةِ θ في الوضعِ القياسيِّ إذا كانَ:

13. $\sin\theta < 0$
14. $\cos\theta < 0$
15. $\cos\theta < 0 , \tan\theta > 0$
16. $\tan\theta < 0 , \cos\theta < 0$

أَجِدُ النسبتيْنِ المثلثيْنِ الأساسيتيْنِ الباقيتيْنِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

17. $\cos\theta = -\frac{1}{12} , 90^\circ < \theta < 180^\circ$
18. $\tan\theta = -2 , -1 < \sin\theta < 0$
19. $\sin\theta = 0.6 , \tan\theta < 0$
20. $\cos\theta = 0.45 , 270^\circ < \theta < 360^\circ$

جلسَ زيدٌ في لعبةِ الدولابِ على المقعدِ الذي تُمثِّلُهُ النقطةُ **(0, 1)** على دائرةِ الوحدةِ. إذا كانَ الدولابُ يدورُ عكسَ حركةِ عقاربِ الساعةِ، ويُكمِلُ دورةً واحدةً في دقيقتيْنِ:

21. فما إحداثيا النقطةِ على دائرةِ الوحدةِ التي تُمثِّلُ مقعدَ زيدٍ بعدَ 60 ثانيةً؟
22. فما إحداثيا النقطةِ على دائرةِ الوحدةِ التي تُمثِّلُ مقعدَ زيدٍ بعدَ 90 ثانيةً؟

الدرسُ 2

النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ
Trigonometric Ratios for Angles between 0° and 360°

أَجِدُ الزاويةَ المرجعيةَ لكلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:

1. 117°
2. 250°
3. 215°
4. 300°

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، وأقرّبُ إجابتي إلى أقربِ ثلاثِ منازلَ عشريةٍ:

5. sin 170°
6. tan 230°
7. cos 250°
8. tan 310°

أَجِدُ القيمةَ الدقيقةَ لكلٍّ ممّا يأتي (منْ دونِ استعمالِ الآلةِ الحاسبةِ):

9. cos 135°
10. sin 240°
11. tan 315°
12. sin 210°

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

13. $\sin 40^\circ + \sin 130^\circ + \sin 220^\circ + \sin 310^\circ$
14. $\sin 60^\circ - \sin 120^\circ + \sin 180^\circ - \sin 240^\circ + \sin 300^\circ - \sin 360^\circ$

أَجِدُ في كلٍّ ممّا يأتي زاويةً أُخرى بينَ 0° وَ 360°، لها نسبةُ الجيبِ نفسُها، مثلَ الزاويةِ المعطاةِ:

15. 80°
16. 146°
17. 215°
18. 306°

أَجِدُ في كلٍّ ممّا يأتي زاويةً أُخرى بينَ 0° وَ 360°، لها نسبةُ جيبِ التمامِ نفسُها، مثلَ الزاويةِ المعطاةِ:

19. 10°
20. 125°
21. 208°
22. 311°

أَجِدُ في كلٍّ ممّا يأتي قيمةَ (أوْ قيمَ) θ، علمًا بأنَّ $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ (إنْ لَزِمَ):

23. $\sin\theta = 0.75$
24. $\cos\theta = 0.65$
25. $\tan\theta = -1$
26. $\sin\theta = -0.87$
27. $\sin\theta = 0.812$
28. $\tan\theta = -\frac{2}{3}$
29. $\cos\theta = -0.25$
30. $\tan\theta = 5$

31. **ألعابٌ:** في دولابِ مدينةِ الألعابِ يُعطى ارتفاعُ الراكبِ عنِ الأرضِ بعدَ x دقيقةٍ منْ بدءِ الدورانِ بالعلاقةِ: $h = 14.5 - 12.5\cos(36x)$، حيثُ h الارتفاعُ عنْ سطحِ الأرضِ بالأمتارِ. أَجِدُ ارتفاعَ الراكبِ بعدَ 7.5 دقائقَ منْ بدءِ الدورانِ.

32. **حسابٌ فَلَكيٌّ:** يُقدَّرُ في إحدى المدنِ عددُ ساعاتِ النهارِ y في كلِّ يومٍ منْ أيامِ السنةِ حسبَ رقمِ اليومِ d منَ السنةِ بالعلاقةِ: $y = 3\sin(d - 81) + 12$. ما عددُ ساعاتِ النهارِ في هذهِ المدينةِ يومَ الأولِ منْ شهرِ آبَ (اليومُ رقمُ 213)؟

الدرسُ 3

تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ
Graphing Trigonometric Functions

أرسمُ منحنى كلٍّ ممّا يأتي في الفترةِ المعطاةِ، مُحدِّدًا الفترةَ التي يكونُ فيها الاقترانُ موجبًا، والفترةَ التي يكونُ فيها سالبًا:

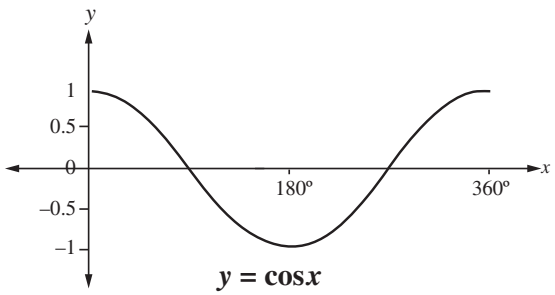
1 $y = \sin x,\ 90^\circ \le x \le 180^\circ$

2 $y = \cos x,\ 0^\circ \le x \le 180^\circ$

3 $y = \tan x,\ 0^\circ \le x \le 180^\circ$

4 أرسمُ الاقترانيْنِ $y = \sin x$، وَ $y = \cos x$ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ]$ على المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ. ماذا أُلاحِظُ على المنحنييْنِ؟

5 أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ الآتيَ لأَجِدَ قيمَ: a، وَ b، وَ c، وَ d:



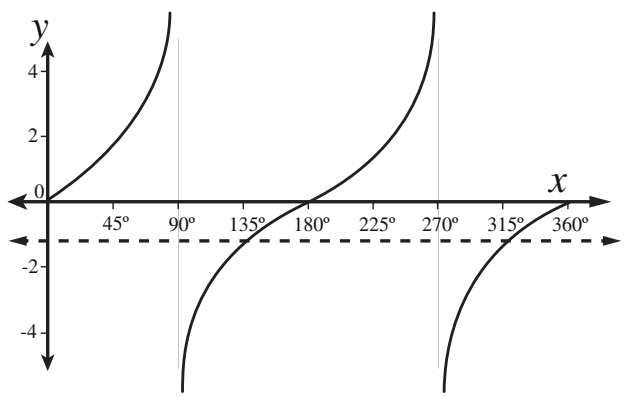
$y = \cos x$

$\cos 0^\circ = \cos a^\circ$
$\cos 30^\circ = \cos b^\circ$
$\cos 45^\circ = \cos c^\circ$
$\cos 90^\circ = \cos d^\circ$

يظهرُ في الشكلِ الآتي التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ $y = \tan x$ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ]$. أستعملُ الشكلَ لأَجِدَ:

6 قيمتيْنِ للمُتغيِّرِ x يكونُ عندَهُما $\tan x = -1$.

7 قيمَ المُتغيِّرِ x التي يكونُ عندَها $\tan x = 0$.



الدرسُ 4

حَلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ
Solving Trigonometric Equations

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ المثلثيةِ الآتيةِ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ)$، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ (إنْ لَزِمَ):

1. $\sin x = \frac{1}{3}$
2. $\tan x = \sqrt{3}$
3. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
4. $\cos x = -\frac{1}{2}$
5. $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
6. $2\sin x + 3 = 1$
7. $\sqrt{2}\cos x + 1 = 2$
8. $\sqrt{3}\tan x + 4 = 1$
9. $3\tan x + 2 = 7 - 2\tan x$
10. $5 - 3\sin x = \sin x + 1$
11. $2(3\sin x + 1) + 2 = 4\sin x + 5$
12. $3(2 - \cos x) + 4 = 5\cos x + 2$
13. $3 + 2\cos(3x) = 1\ ,\ 0^\circ < x < 120^\circ$
14. $5 + 2\tan(4x) = 7\ ,\ 0^\circ < x < 90^\circ$
15. $4\sin x \cos x + 3\sin x = 0$
16. $2\cos x \sin x = \cos x$
17. $4\sin^2 x = 1$
18. $\tan^2 x - 9 = 0$
19. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$
20. $3\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$
21. $2\tan^2 \theta - 5\tan \theta - 3 = 0$
22. $6\sin^2 x + 7\sin x - 3 = 0$
23. $9\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$
24. $\tan^2 \theta + 4\tan \theta - 12 = 0$

25. **قياساتٌ:** يرتكزُ سُلَّمٌ طولُهُ 5 m على أرضٍ أفقيةٍ وحائطٍ رأسيٍّ. إذا كانَ أسفلُ السُّلَّمِ يبعدُ 1.5 m عنِ الحائطِ، فما ارتفاعُ رأسِ السُّلَّمِ عنِ الأرضِ؟ ما قياسُ الزاويةِ التي يصنعُها السُّلَّمُ معَ الأرضِ؟ أقرّبُ إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ.

26. **ساريةٌ:** رصدَ سامرٌ قمَّةَ ساريةِ علمٍ ارتفاعُها عنِ الأرضِ 12 m منْ نقطةٍ على الأرضِ تبعدُ 30 m عنْ قاعدةِ الساريةِ. إذا كانَ طولُ سامرٍ 1.75 m، فما قياسُ الزاويةِ التي ينظرُ فيها سامرٌ إلى قمَّةِ الساريةِ؟ أقرّبُ إجابتي إلى أقربِ عُشْرِ درجةٍ.

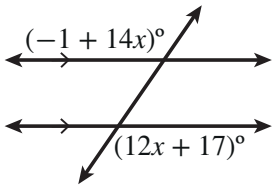
الوحدةُ 4: تطبيقاتُ المثلثاتِ

أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

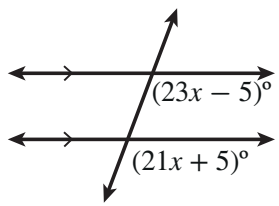
الزوايا الناتجةُ عَنْ مستقيمينِ متوازيينِ وقاطعٍ (الدرسُ 1)

أجِدُ قيمةَ x و y في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

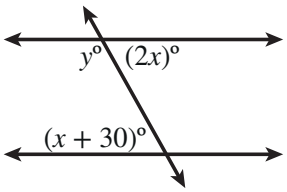
1



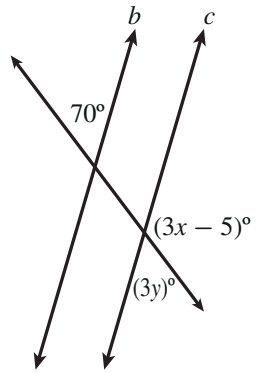
2



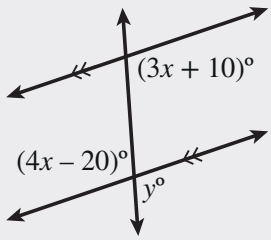
3



4



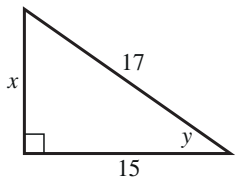
مثالٌ: أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ x وَ y في الشكلِ الآتي:

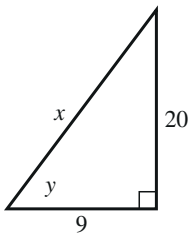


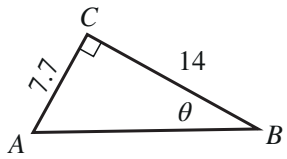
زاويتانِ متبادلتانِ داخليتانِ	$(4x - 20)^\circ = (3x + 10)^\circ$
أكتبُ المعادلةَ مِنْ دونِ رموزِ الزاويةِ	$4x - 20 = 3x + 10$
بإضافةِ $3x - 20$ إلى الطرفَينِ	$x = 30$
زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ	$y^\circ = (4x - 20)^\circ$
أكتبُ المعادلةَ مِنْ دونِ رموزِ الزاويةِ	$y = 4x - 20$
بالتعويضِ	$= 4(30) - 20$
بالتبسيطِ	$= 120 - 20 = 100$

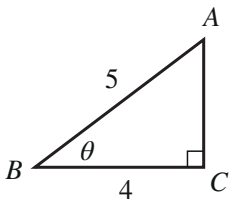
• استعمالُ النسبِ المثلثيةِ لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ في المثلثِ (الدرسُ 2)

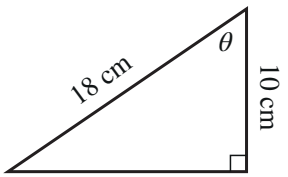
أَجِدُ قياساتِ الزوايا وأطوالَ الأضلاعِ المجهولةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

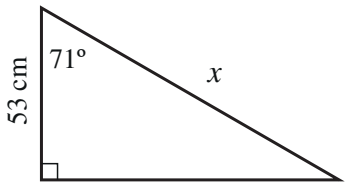
5


6


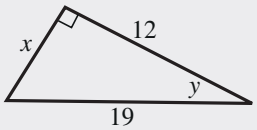
7


8


9


10


مثالٌ: أَجِدُ قياساتِ الزوايا وطولَ الضلعِ المجهولِ في المثلثِ الآتي:



نظريةُ فيثاغورس $x^2 = 19^2 - 12^2$

بالتبسيطِ $= 361 - 144 = 217$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ $x = \sqrt{217} \approx 14.7$

تعريفُ جيبِ التمامِ $\cos y = \frac{12}{19}$

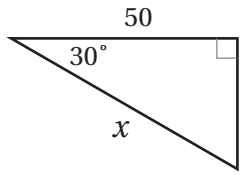
باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ $y = \cos^{-1}\left(\frac{12}{19}\right) \approx 51°$

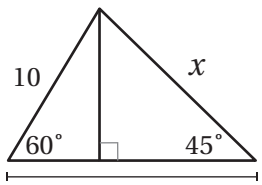
قياسُ الزاويةِ الثالثةِ في هذا المثلثِ:

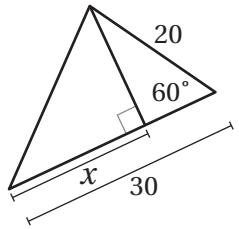
$180° - 90° - 51° = 39°$

• استعمالُ النسبةِ المثلثيةِ في إيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ في المثلثاتِ الخاصةِ (الدرسُ 2)

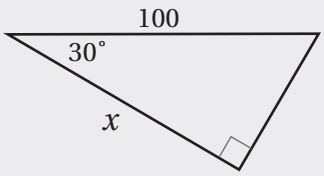
أستعملُ النسبَ المُثلَّثيةَ لإيجادِ قيمةِ x في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي:

11


12


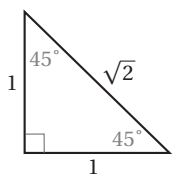
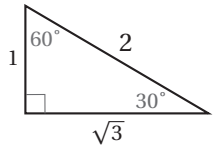
13


مثالٌ: أجدُ قيمةَ x في المُثلَّثِ المُجاورِ.



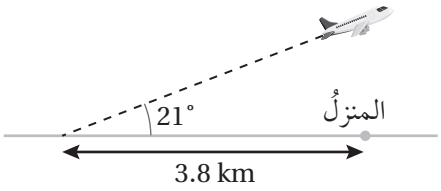
نسبةُ جيبِ التمامِ	$\cos A = \frac{\text{(المُجاورِ)}}{\text{(الوترِ)}}$
بالتعويضِ	$\cos 30° = \frac{x}{100}$
$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{100}$
بضربِ طرفَيِ المعادلةِ في 100	$\frac{100\sqrt{3}}{2} = x$
بالتبسيطِ	$x = 50\sqrt{3}$

أتذكّرُ

المُثلَّثُ	الجيبُ	جيبُ التمامِ	الظلُّ
	$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\tan 45° = 1$
	$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\tan 60° = \sqrt{3}$

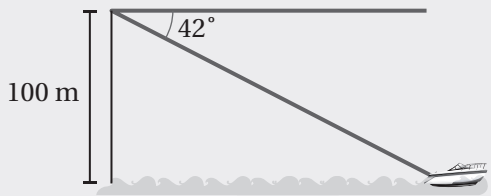
- **زوايا الارتفاعِ والانخفاضِ** (الدرسُ 2)

14 **طائرةٌ:** رصدَتْ ليلى طائرةً في السماءِ بزاويةِ ارتفاعٍ مقدارُها °21 لحظةَ مرورِها فوقَ سطحِ أحدِ المنازلِ. إذا كانَ بُعْدُ ليلى عنِ المنزلِ هوَ 3.8 km، فأجدُ ارتفاعَ الطائرةِ عنِ المنزلِ.



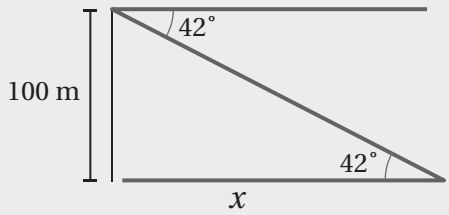
15 وقفَ عصفورٌ على شجرةٍ ارتفاعُها 12 m، مُراقِبًا دودةً على سطحِ الأرضِ بزاويةِ انخفاضٍ مقدارُها °34. أجدُ المسافةَ بينَ الدودةِ والعصفورِ.

مثالٌ: قاربٌ: ينظرُ عليٌّ منْ أعلى جُرْفٍ إلى قاربٍ في البحرِ بزاويةِ انخفاضٍ مقدارُها °42. إذا كانَ ارتفاعُ الجُرْفِ عنْ سطحِ البحرِ هوَ 100 m، فأجدُ بُعْدَ القاربِ عنْ قاعدةِ الجُرْفِ.



بما أنَّ قياسَ الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ والخطِّ الأفقيِّ (زاويةُ الانخفاضِ) هوَ °42، فإنَّ قياسَ الزاويةِ المحصورةِ بينَ خطِّ النظرِ وسطحِ البحرِ هوَ °42؛ لأنَّهُما زاويتانِ مُتبادِلتانِ داخليًّا.

أفترضُ أنَّ بُعْدَ القاربِ عنْ قاعدةِ الجُرْفِ هوَ x:



نسبةُ الظلِّ $\tan A = \frac{\text{(المُقابِل)}}{\text{(المجاورِ)}}$

بالتعويضِ $\tan 42° = \frac{100}{x}$

بضربِ طرفَيِ المعادلةِ في x $x \tan 42° = 100$

بقسمةِ طرفَيِ المعادلةِ على $\tan 42°$ $x = \frac{100}{\tan 42°}$

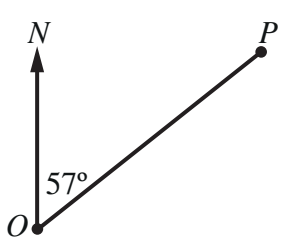
باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ $x \approx 111$

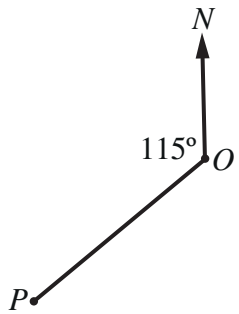
إذنْ، بُعْدُ القاربِ عنْ قاعدةِ الجُرْفِ هوَ 111 m تقريبًا.

الدرسُ 1

الاتجاهُ منَ الشمالِ
Bearing

أُحدِّدُ اتجاهَ النقطةِ P منَ النقطةِ O في كلٍّ ممّا يأتي:

1


2


3 إذا كانَ اتجاهُ النقطةِ A منَ النقطةِ B هوَ 154°، فما اتجاهُ النقطةِ B منَ النقطةِ A؟

4 إذا كانَ اتجاهُ النقطةِ P منَ النقطةِ Q هوَ 235°، فما اتجاهُ النقطةِ Q منَ النقطةِ P؟

5 أرسمُ شكلًا يُبيِّنُ مواقعَ النقاطِ: A، وَB، وَ C إذا كانَتْ B شرقَ A، وكانَتْ C على اتجاهِ 110° منْ A، وعلى اتجاهِ 230° منْ B.

6 أرسمُ شكلًا يُبيِّنُ مواقعَ النقاطِ: A، وَB، وَ C إذا كانَتْ B شرقَ A، وكانَتْ C على اتجاهِ 105° منْ A، وعلى اتجاهِ 135° منْ B.

7 أقلعَتْ طائرةٌ منَ المطارِ في اتجاهِ 050°، وبعدَ أنْ قطعَتْ مسافةَ 16 km دارَتْ بزاويةِ 90° يسارًا، وقطعَتْ مسافةَ 37 km. ما اتجاهُ الطائرةِ الآنَ منَ المطارِ؟

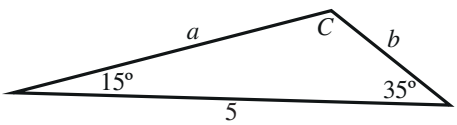
8 أبحرَتْ سفينةٌ منَ الميناءِ P في اتجاهِ 120°، وبعدَ أنْ قطعَتْ مسافةَ 40 km دارَتْ بزاويةِ 90° يسارًا، وقطعَتْ مسافةَ 100 km. ما اتجاهُ السفينةِ الآنَ منَ الميناءِ P؟

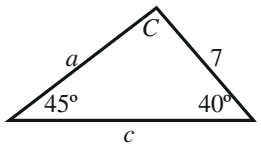
9 ABC مثلثٌ مُتطابِقُ الأضلاعِ. إذا كانَ اتجاهُ B منْ A هوَ 050°، فما اتجاهُ C منْ B؟

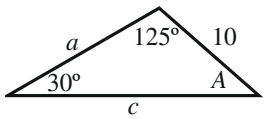
الدرسُ 2

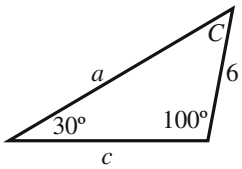
قانونُ الجيوبِ
Law of Sines

أَجِدُ القياسَ المجهولَ في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1 

2 

3 

4 

أَجِدُ القياسَ المجهولَ في المثلثِ ABC في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

5 $a = 3, b = 2, A = 50°$

6 $A = 40°, B = 20°, a = 2$

7 $a = 2, c = 1, A = 120°$

8 $A = 70°, B = 60°, c = 4$

9 $b = 4, c = 6, B = 20°$

10 $A = 40°, B = 40°, c = 2$

11 **طائراتٌ:** رصــدَتْ كلٌّ منْ زينةَ وهناءَ طائرةً ورقيةً عندَ مرورِها فوقَ الخطِّ الواصــلِ بينَهُما، فكانَتْ زاويةُ ارتفاعِها منْ موقعِ زينةَ 35°، ومنْ موقعِ هناءَ 40°. إذا كانَتِ المسافةُ بينَ زينةَ وهناءَ 900 m، فما ارتفاعُ الطائرةِ؟

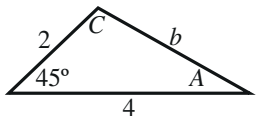
12 **قواربُ:** رصدَ طيّارٌ القاربيْنِ A، وَ B في البحــرِ عندَما مرَّتْ طائرتُهُ فوقَ الخطِّ الواصلِ بينَهُما، فكانَتْ زاويةُ انخفاضِ القــاربِ الأولِ 44°، وزاويةُ انخفاضِ القاربِ الثاني 37°. إذا كانَتِ المســافةُ بينَ القاربيْنِ 7 km، فما ارتفاعُ الطائرةِ عنْ سطحِ البحرِ؟

الدرسُ 3

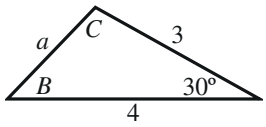
قانونُ جيوبِ التمامِ
Law of Cosines

أَجِدُ القياسَ المجهولَ في كلٍّ منَ المثلثاتِ الآتيةِ:

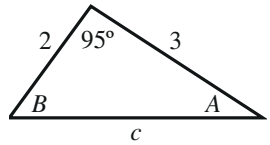
1



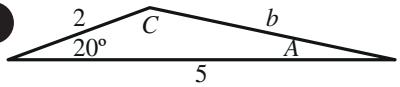
2



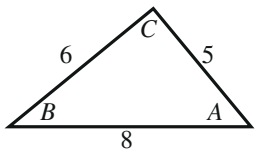
3



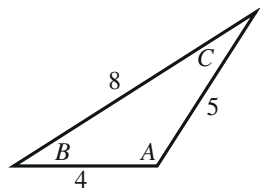
4



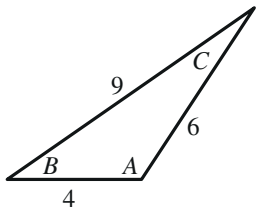
5



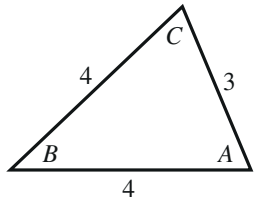
6



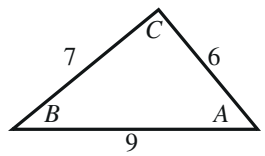
7



8



9



أَجِدُ القياساتِ المجهولَةِ في المثلثِ ABC في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

10 $a = 3, b = 4, C = 40°$

11 $a = 2, c = 1, B = 10°$

12 $b = 1, c = 3, A = 80°$

13 $a = 4, b = 5, c = 3$

14 $a = 5, b = 8, c = 9$

15 $a = 9, b = 7, c = 10$

16 **قواربُ:** انطلقَ قاربانِ منَ الرصيفِ نفسِهِ في وقتٍ واحدٍ. وقدْ أخذَ القاربُ الأولُ اتجاهَ 060°، وسارَ بسرعةِ 7 km/h، وأخذَ الثاني اتجاهَ 123°، وسارَ بسرعةِ 29 km/h. ما المسافةُ بينَ القاربيْنِ بعدَ ساعتيْنِ منَ انطلاقِهِما؟

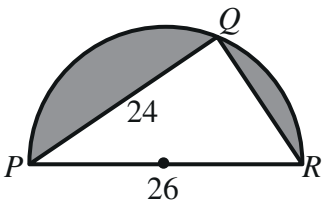
17 **سفنٌ:** أبحرَتِ السفينتانِ X، وَ Y منَ الميناءِ نفسِهِ عندَ الساعةِ التاسعةِ صباحًا. وقدْ أخذَتِ السفينةُ X اتجاهَ 075°، وسارَتْ بسرعةٍ متوسطةٍ مقدارُها 20 km/h ، وأخذَتِ السفينةُ Y اتجاهَ 130°، وسارَتْ بسرعةٍ متوسطةٍ مقدارُها 25 km/h. ما المسافةُ بينَ السفينتيْنِ عندَ الساعةِ الحاديةَ عشرةَ صباحًا؟

الدرسُ 4

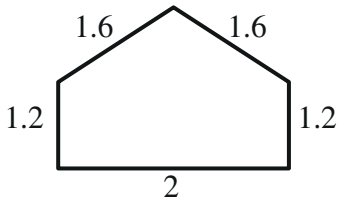
استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ
Using Sine to Find the Area of a Triangle

أَجِدُ مساحةَ المثلثِ في كلٍّ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

1. المثلثُ ABC فيهِ $AB = 8$ cm، وَ $AC = 11$ cm، وَ $m\angle CAB = 67^\circ$.
2. المثلثُ PQR فيهِ $PQ = 30$ cm، وَ $PR = 22$ cm، وَ $m\angle QPR = 120^\circ$.
3. المثلثُ XYZ فيهِ $XY = 12$ cm، وَ $XZ = 15$ cm، وَ $YZ = 10$ cm.
4. المثلثُ LMN فيهِ $LM = 25$ cm، وَ $LN = 14$ cm، وَ $MN = 18$ cm.
5. مساحةُ المثلثِ ABC هيَ $84\ \text{cm}^2$. إذا كانَ $BC = 15$ cm، وَ $m\angle BCA = 120^\circ$، فما طولُ $\overline{AC}$؟
6. مساحةُ المثلثِ DEF هيَ $100\ \text{cm}^2$. إذا كانَ $DE = 14$ cm، وَ $m\angle DEF = 64^\circ$، فما طولُ $\overline{EF}$؟
7. أَجِدُ مساحةَ المثلثِ PQR إذا كانَ $m\angle QRP = 75^\circ$، وَ $m\angle PQR = 60^\circ$، وَ $PQ = 12$ cm.
8. أَجِدُ مساحةَ المثلثِ EFG إذا كانَ $m\angle GEF = 63^\circ$، وَ $m\angle EFG = 45^\circ$، وَ $EF = 46$ cm.
9. أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المُظَلَّلةِ في الشكلِ المجاورِ بالوحداتِ المربَّعةِ، علمًا بأنَّ الشكلَ نصفُ دائرةٍ.

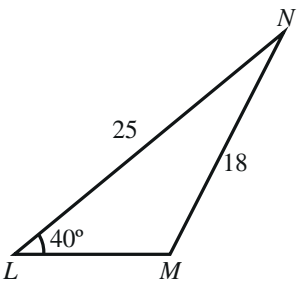


10. أَجِدُ مساحةَ النافذةِ ذاتِ الأبعادِ المُبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ بالوحداتِ المربَّعةِ.

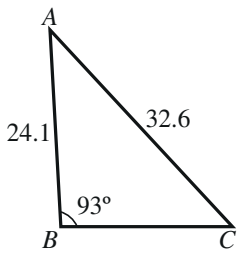


أَجِدُ مساحةَ كلٍّ منَ المثلثيْنِ الآتييْنِ بالوحداتِ المربَّعةِ:

11.



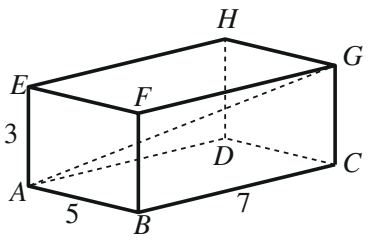
12.



الدرسُ 5

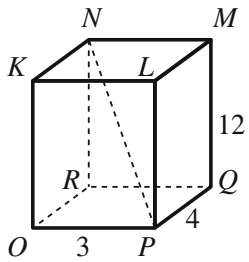
حَلُّ مسائلَ ثلاثيةِ الأبعادِ
Solving Problems in Three Dimensions

أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أَحُلُّ المسألتيْنِ الآتيتيْنِ:



1. أَجِدُ طولَ القُطْرِ $\overline{AG}$ في متوازي المستطيلاتِ المجاورِ.
2. أَجِدُ قياسَ الزاويةِ GAC.

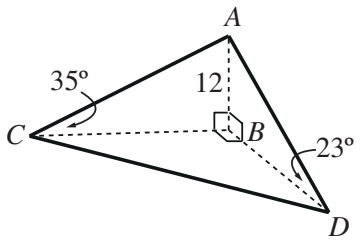
أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أَحُلُّ المسألتيْنِ الآتيتيْنِ:



3. أَجِدُ طولَ القُطْرِ $\overline{NP}$ في متوازي المستطيلاتِ المجاورِ.
4. أَجِدُ قياسَ الزاويةِ NPR.

5. **قياساتٌ:** رُصِدَ رجلانِ على الأرضِ منْ قمَّةِ برجٍ رأسيٍّ ارتفاعُهُ 25 m، فكانَتْ زاويةُ انخفاضِ الرجلِ الأولِ الذي يقفُ غربَ البرجِ هيَ 31°، وزاويةُ انخفاضِ الرجلِ الثاني الذي يقفُ جنوبَ البرجِ هيَ 17°. ما المسافةُ بينَ الرجلينِ؟

6. **ساريةٌ:** يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ ساريةً رأسيةً $\overline{AB}$ ارتفاعُها 12m، والنقاطَ: B، وَC، وَD الواقعةَ في مستوًى أفقيٍّ واحدٍ، بحيثُ كانَتْ C غربَ B، وَD جنوبَ B، وكانَتْ زاويةُ ارتفاعِ قمَّةِ الساريةِ منَ النقطةِ D هيَ 23°، ومنَ النقطةِ C هيَ 35°. ما طولُ $\overline{CD}$؟ ما اتجاهُ النقطةِ D منَ النقطةِ C؟



7. **أبراجٌ:** تُمثِّلُ $\overline{TC}$ برجَ إرسالٍ رأسيٍّ ارتفاعُهُ 150 m، وهوَ مُدعَّمٌ برباطيْنِ معدنييْنِ، هما: $\overline{TA}$، وَ$\overline{TB}$، وكانَ أحدُهُما مُثبَّتًا عندَ النقطةِ A الواقعةِ على الأرضِ شرقَ قاعدةِ البرجِ، وتبعدُ عنْها مسافةَ 300 m، وكانَ الآخرُ مُثبَّتًا عندَ النقطةِ B جنوبَ قاعدةِ البرجِ، وزاويةُ ميلِهِ عنِ الأرضِ 50°. ما المسافةُ بينَ النقطتيْنِ A، وَB؟ ما اتجاهُ النقطةِ A منَ النقطةِ B؟