الرياضيات

الصف الحادي عشر- الفرع الأدبي

الفصل الدراسي الثاني

11

إجابات الطالب

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

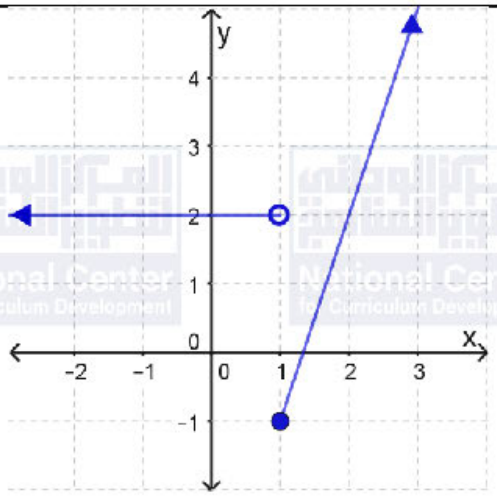
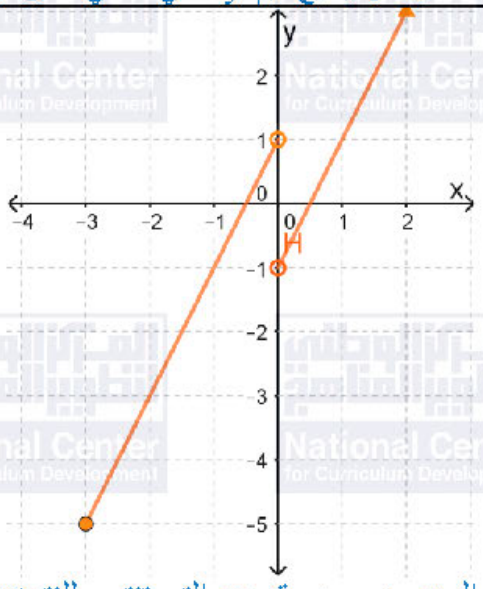
إجابات كتاب الطالب للصف الحادي عشر الأدبي / الفصل الدراسي الثاني

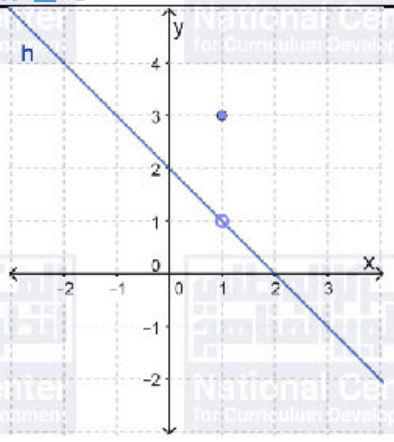
الوحدة الرابعة : الاقترانات المتشعبة

الدرس 1 : الاقترانات المتشعبة

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	10	**1)** المجال هو جميع قيم x الحقيقية ما عدا العدد 1 **2)** $f(-1) = 0$ ، $f(1)$ غير معرّف ، $f(3) = 0$ **3)** المدى هو جميع قيم y التي تنتمي للفترة $(2, \infty)$
أتحقق من فهمي	11	$f(x) = \begin{cases} x + 3 , & x \le 1 \\ 1 , & x > 1 \end{cases}$
أتحقق من فهمي	12	$P(x) = \begin{cases} 1.15x , & x < 700 \\ 1.1x , & 700 \le x < 1000 \\ x + 50 , & x > 1000 \end{cases}$

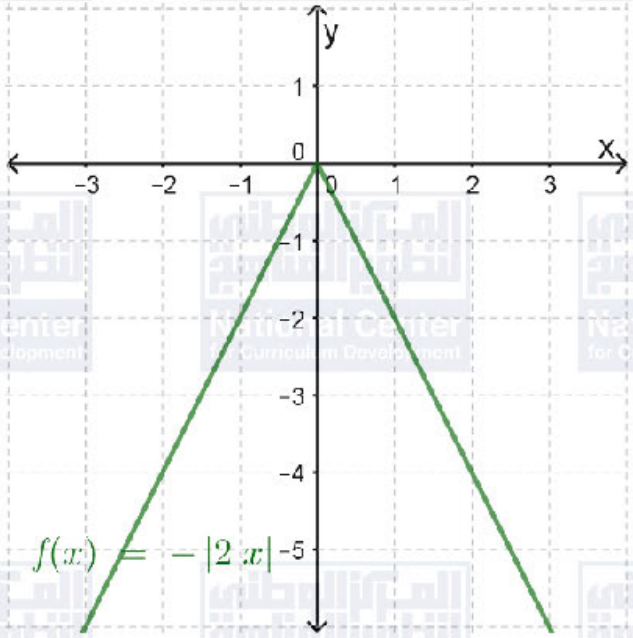
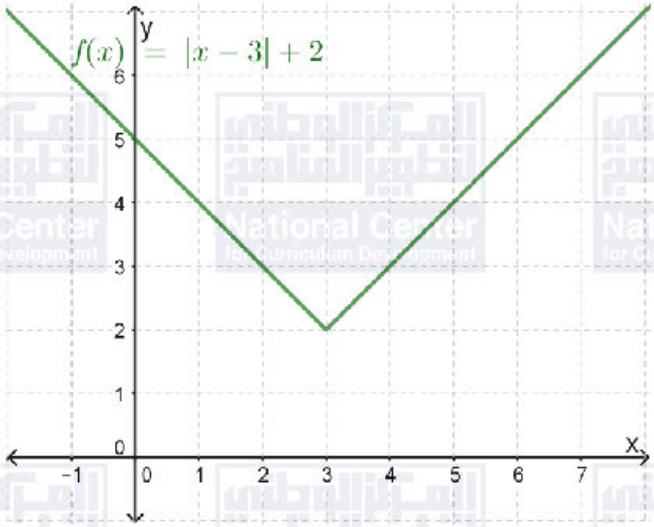
أتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	13	مجال الاقتران f هو جميع قيم x الحقيقية مجال الاقتران g هو جميع قيم x الحقيقية التي تنتمي للفترة $(-3,\infty)$ ما عدا العدد 0
2	13	$f(-1)=2$ ، $f(2)=2$ ، $g(0)$ غير معرّف ، $g(-2)=-3$
3	13	 المدى هو جميع قيم y التي تنتمي للفترة $(-1,\infty)$
4	13	 المدى هو جميع قيم y التي تنتمي للفترة $(-5,\infty)$ ما عدا 1 ، 1-
5	13	$f(x)=\begin{cases}-4, & x<2\\ 4, & x\geq 2\end{cases}$

6	13	$f(x)=\begin{cases}\frac{-5}{3}x-\frac{8}{3}, & x\le -1\\ \frac{4}{3}x-\frac{2}{3}, & -1<x\le 2\end{cases}$
7	13	مجال الاقتران h هو جميع قيم x الحقيقية مدى الاقتران h هو جميع قيم y التي تنتمي للفترة $(-\infty,0)$
8	13	$f(x)=\begin{cases}-4, & x<-2\\ x-2, & -2\le x<2\\ \frac{-7}{4}x+\frac{7}{2}, & x\ge 2\end{cases}$
9	13	$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x\le 5\\ 10+x, & x>5\end{cases}$
10	14	$p(x)=\begin{cases}500+0.01x, & x\le 2000\\ 500+0.15x, & x>2000\end{cases}$
11	14	7300 دينارًا
12	14	نعم، صحيح؛ لأن محو الأجزاء التي لا تقع ضمن المجال المحدد يُبقي تمثيل الاقتران المطلوب، مع مراعاة وضع دائرة مفتوحة أو مغلقة عند أطراف الفترة إن وجدت فجوات أو قفزات في التمثيل البياني.
13	13	إجابة محتملة: $f(x)=\begin{cases}3, & x<0\\ 5, & x\ge 0\end{cases}$
14	13	 مجال الاقتران h هو جميع قيم x الحقيقية ، ومداه هو جميع قيم y الحقيقية ما عدا العدد 1

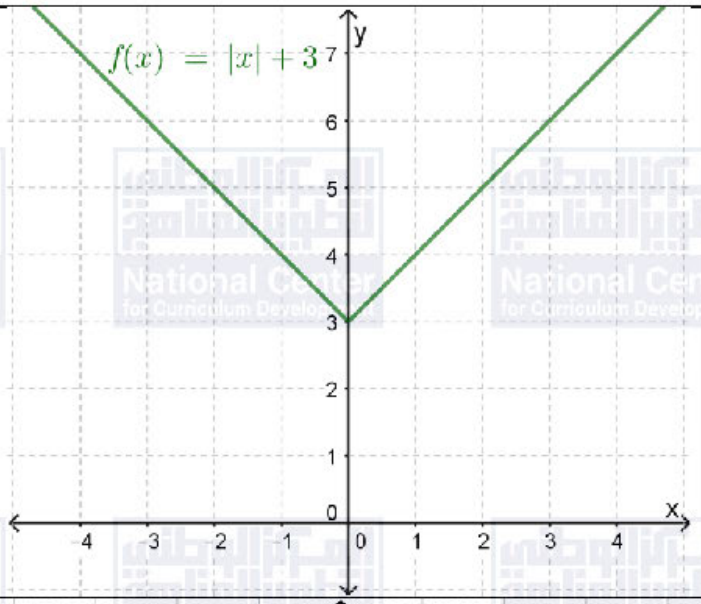
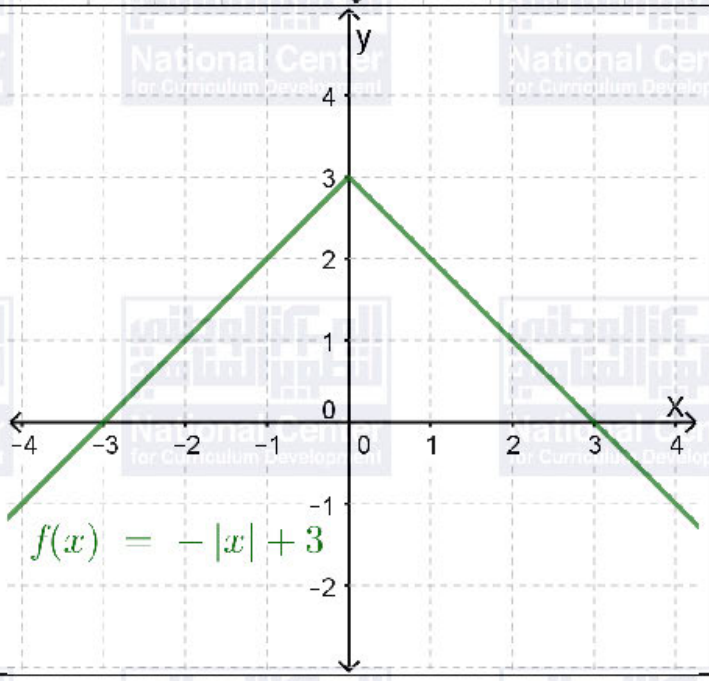
الدرس 2 : اقتران القيمة المطلقة

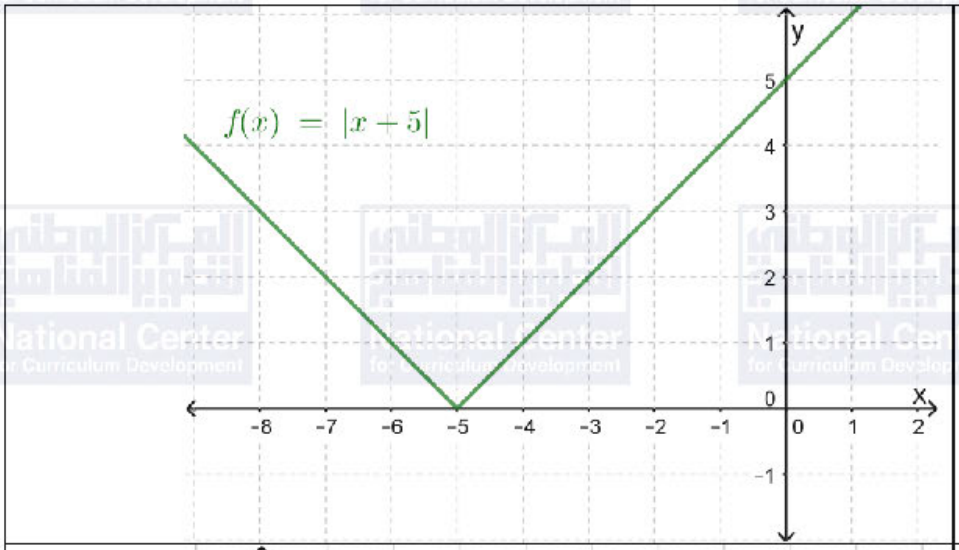
رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	16	$h(x) = \begin{cases} 2x + 8, & x \geq -4 \\ -2x - 8, & x < -4 \end{cases}$

أتحقق من فهمي	19	1)  مجال الاقتران f هو جميع قيم x الحقيقية ، ومداه هو جميع قيم y الحقيقية التي تنتمي للفترة $(-\infty, 0]$ 2)  مجال الاقتران f هو جميع قيم x الحقيقية ، ومداه هو جميع قيم y الحقيقية التي تنتمي للفترة $[2, \infty)$
أتحقق من فهمي	20	$f(x) = 2\|x + 3\|$ أو $f(x) = \|2x + 6\|$

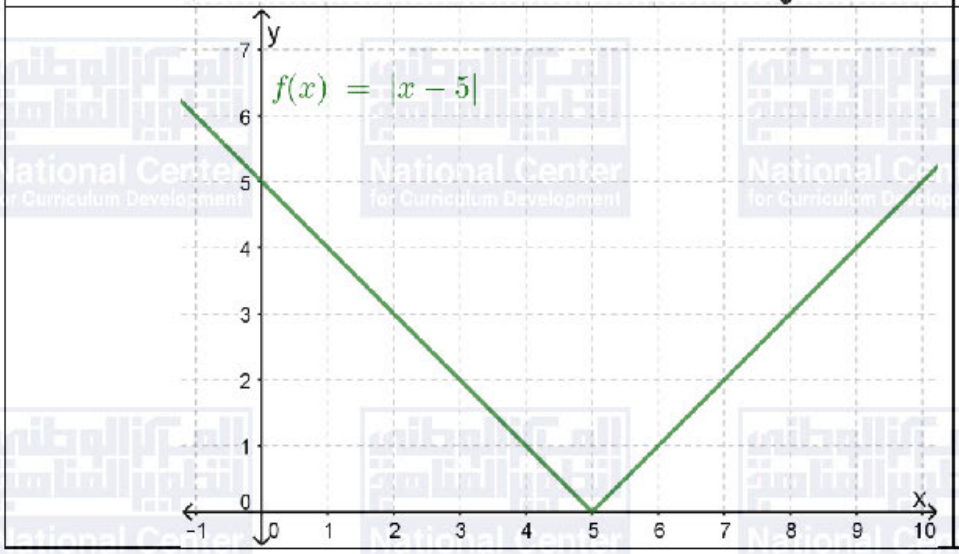
أتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي

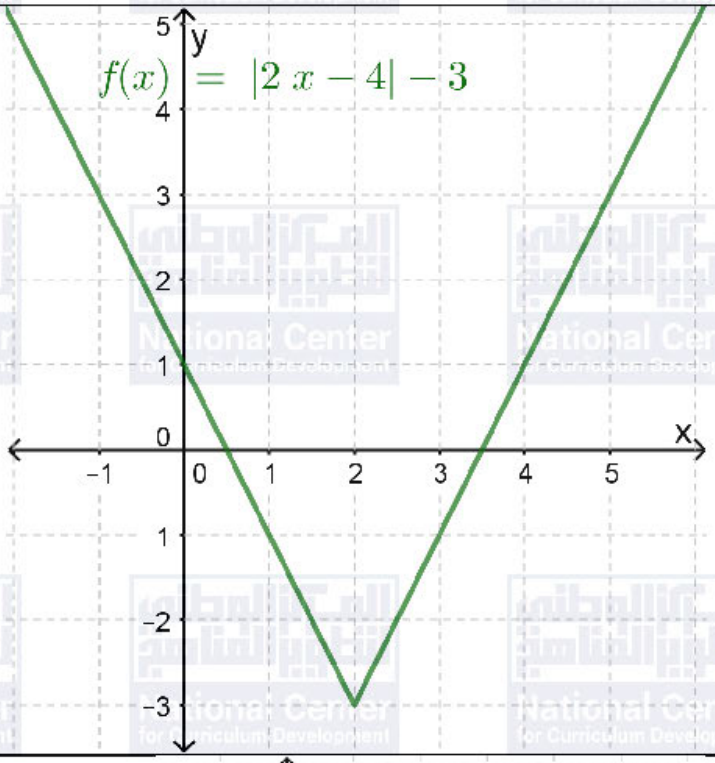
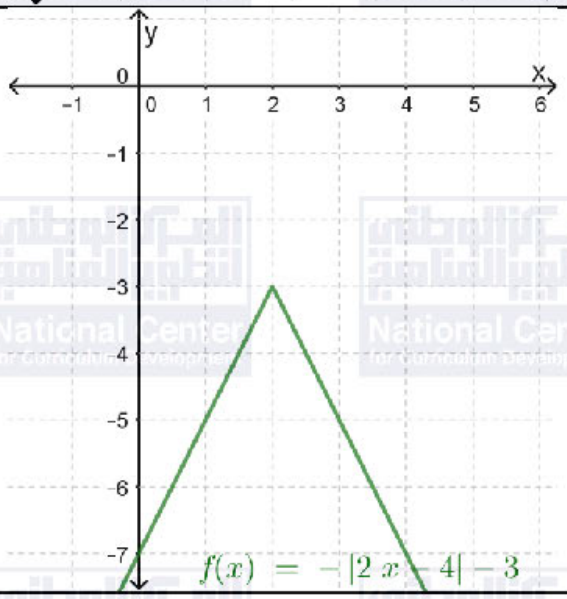
$f(x)=\begin{cases}x-6, & x\geq 6\\ 6-x, & x<6\end{cases}$	21	1
$g(x)=\begin{cases}3x+3, & x\geq -1\\ -3x-3, & x<-1\end{cases}$	21	2
$h(x)=\begin{cases}2x-2, & x\geq 2.5\\ -2x+8, & x<2.5\end{cases}$	21	3
$p(x)=\begin{cases}3(x+1), & x\geq -1\\ -3(x+1), & x<-1\end{cases}$	21	4
	21	5
	21	6


$f(x) = |x + 5|$
y
x
-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2
5 4 3 2 1 0 -1

21 7


$f(x) = |x - 5|$
y
x
-1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
7 6 5 4 3 2 1 0

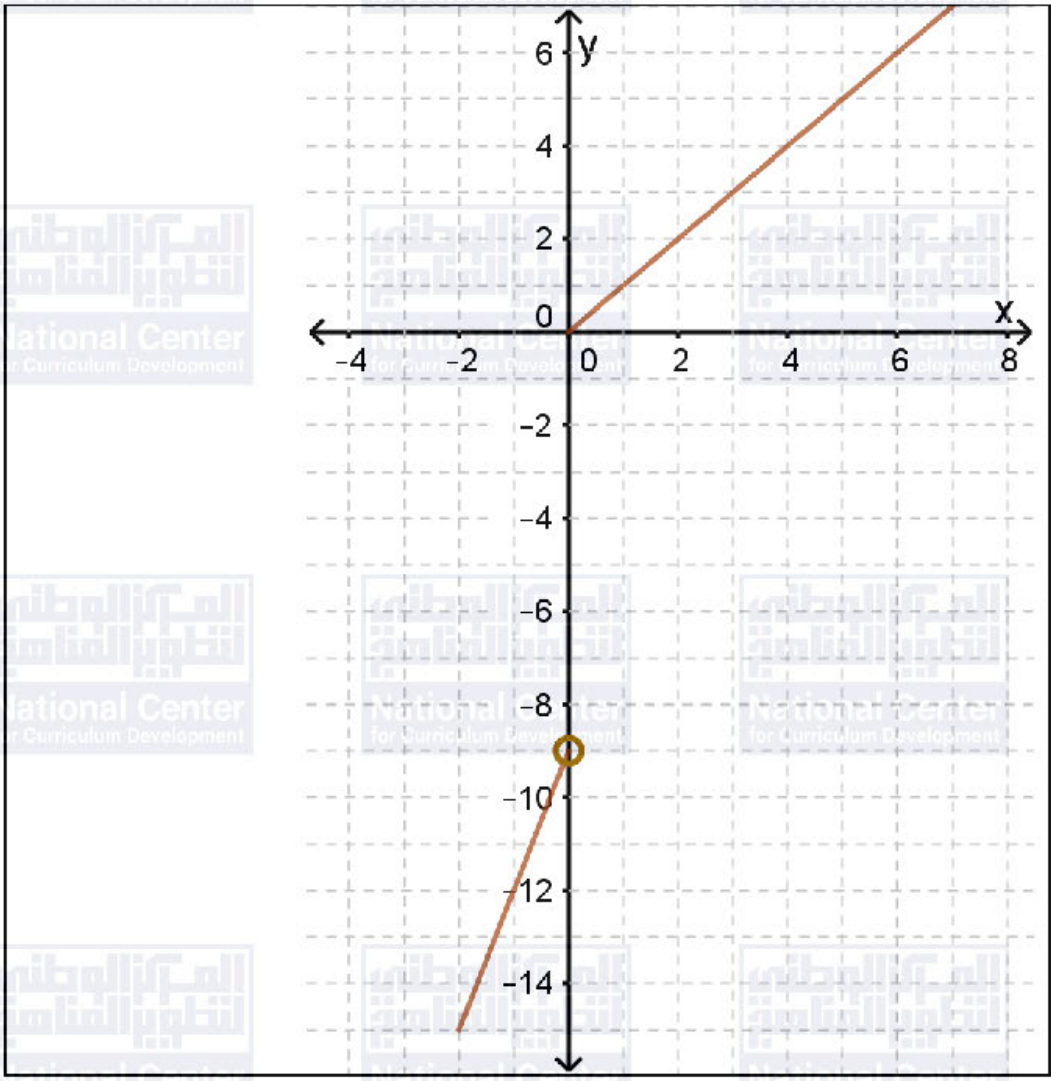
21 8

	21	9
	21	10
$f(x) = \|x\| - 2$	21	11
$f(x) = -\|4x\|$	21	12
$f(x) = \|x - 1\| - 2$	22	13
$a = 1, \quad m = 2, \quad b = -5, \quad c = 0$ بما أن $a > 0$ ، فإن منحنى f مفتوح إلى أعلى ورأسه النقطة $\left(\frac{-b}{m}, c\right) = \left(\frac{5}{2}, 0\right) = (2.5, 0)$ إذن؛ الجواب هو البديل a	22	14

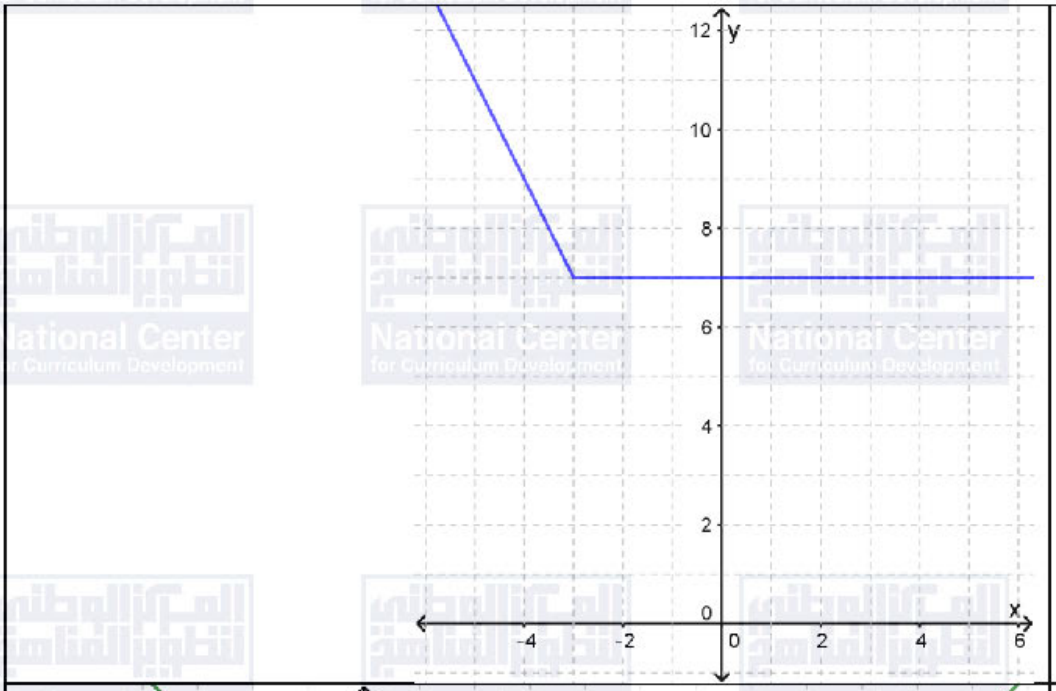
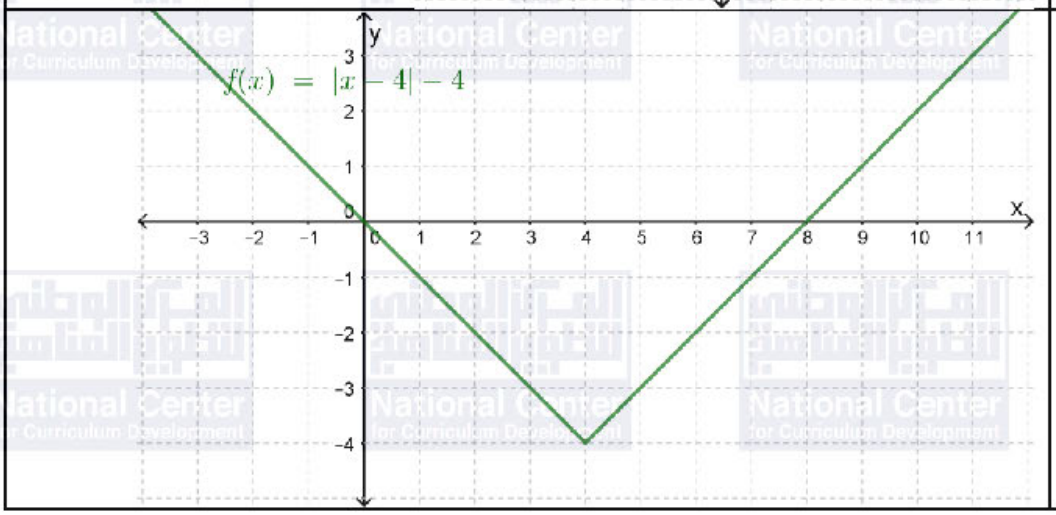
15	22	إجابة محتملة: $f(x) = \|x\| + 3$

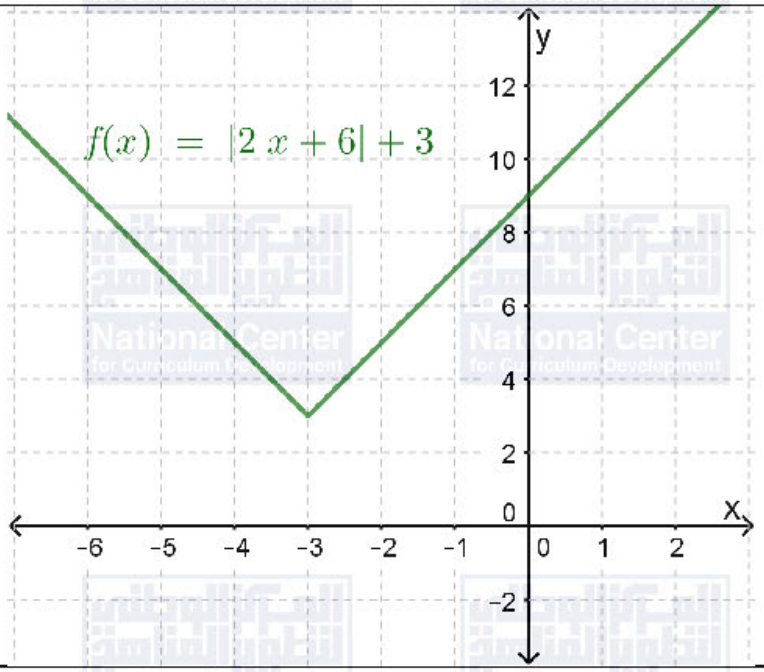
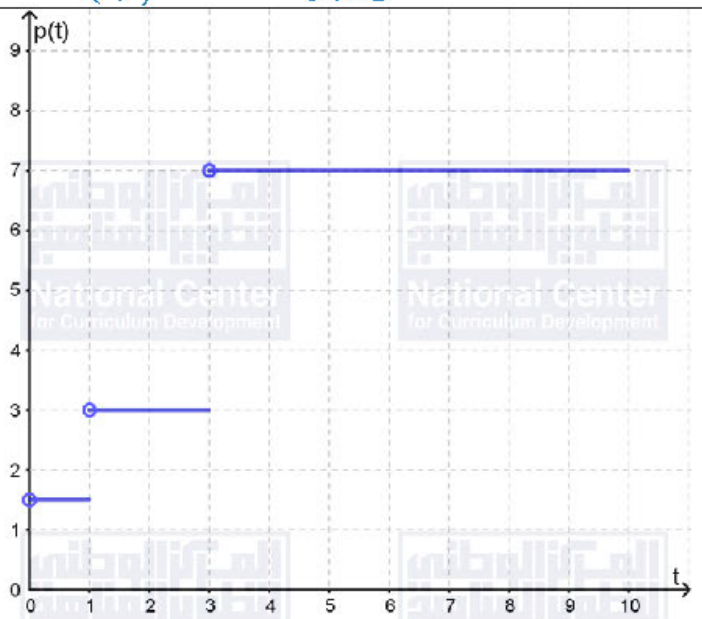
اختبار نهاية الوحدة

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	22	b) -1
2	22	c) -2
3	22	b) 1
4	22	d) $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1 \\ -2x, & x \geq -1 \end{cases}$
5	22	d) $f(x) = -\|x-2\| + 1$
6	22	a) $[-4, \infty)$
7	22	d) $[0, 3)$
8	22	c) $(-\infty, 2]$



22	9

 y x 12 10 8 6 4 2 0 -4 -2 0 2 4 6	22	10
 $f(x) = \|x - 4\| - 4$ y x 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	22	11

	22	12
$p(t) = \begin{cases} 1.5, & 0 < t \le 1 \\ 3, & 1 < t \le 3 \\ 7, & t > 3 \end{cases}$	23	13
	23	14
7 JD	23	15
3 JD	23	16
$T(x) = \begin{cases} 0.15x, & 0 < x \le 20000 \\ 0.2x, & x > 20000 \end{cases}$	23	17

$f(x)=\begin{cases}1-3x, & x\geq\frac{1}{3}\\ 3x-1, & x<\frac{1}{3}\end{cases}$	23	18
$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x-4, & x\geq 8\\ 4-\frac{1}{2}x, & x<8\end{cases}$	23	19
$h(x)=\begin{cases}x, & x\geq -5\\ -x-10, & x>-5\end{cases}$	23	20
B	23	21
D	23	22
A	23	23
E	23	24
C	23	25

الوحدة الخامسة : النهايات والمشتقات

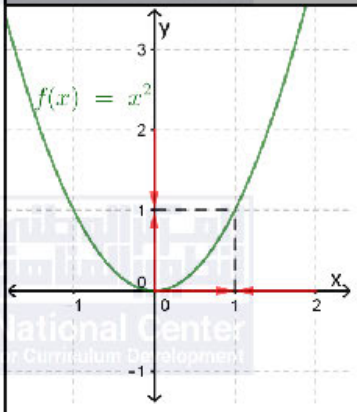
الدرس 1 : النهايات والاتصال

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	30	**(1**

بيانيًا (من الشكل المجاور)

$\lim_{x\to 1^+}(x^2)=\lim_{x\to 1^-}(x^2)=1$

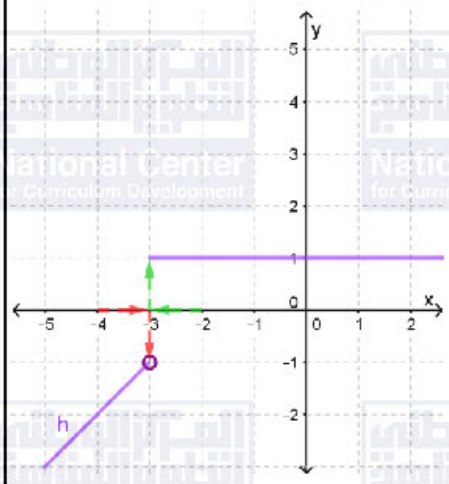
إذن؛ $\lim_{x\to 1}(x^2)=1$



عدديًا (من الجدول أدناه)

0.9	0.99	0.999	1	1.001	1.01	1.1
0.81	0.9801	0.998001	1	1.002001	1.0201	1.21

$\lim_{x\to 1^+}(x^2) = \lim_{x\to 1^-}(x^2) = 1$ ، إذن؛ $\lim_{x\to 1}(x^2) = 1$



2) بيانيًا (من الشكل المجاور)

$\lim_{x\to -3^+} h(x) = 1$

$\lim_{x\to -3^-} h(x) = -1$

أي أن:

$\lim_{x\to -3^+} h(x) \neq \lim_{x\to -3^-} h(x)$

إذن؛ $\lim_{x\to -3} h(x)$ غير موجودة

عدديًا (من الجدول أدناه)

−3.1	−3.01	−3.001	−3	−2.999	−2.99	−2.9
−1.1	−1.01	−1.001		1	1	1

$\lim_{x\to -3^+} h(x) = 1$

$\lim_{x\to -3^-} h(x) = -1$ ، أي أن $\lim_{x\to -3^+} h(x) \neq \lim_{x\to -3^-} h(x)$

إذن؛ $\lim_{x\to -3} h(x)$ غير موجودة

أتحقق من فهمي **32**

a) $\lim_{x\to -1}(3x^2 - 4x - 2)$

$\lim_{x\to -1}(3x^2 - 4x - 2)$

خاصيتا المجموع والفرق

$= \lim_{x\to -1}(3x^2) - \lim_{x\to -1}(4x) - \lim_{x\to -1}(2)$

خاصيتا القوة والضرب في ثابت

$= 3(\lim_{x\to -1} x)^2 - 4 \times \lim_{x\to -1}(x) - \lim_{x\to -1}(2)$

نهاية الاقتران

المحايد والاقتران الثابت

$= 3(-1)^2 - 4 \times -1 - 2$

$= 5$ بالتبسيط		
b) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3x^2+1}}{2x-5}$		
$= \frac{\lim_{x\to 1}\sqrt{3x^2+1}}{\lim_{x\to 1}(2x-5)}$ خاصية القسمة		
$= \frac{\sqrt{\lim_{x\to 1}(3x^2+1)}}{\lim_{x\to 1}(2x-5)}$ خاصية الجذر النوني		
$= \frac{\sqrt{3(\lim_{x\to 1}x)^2+\lim_{x\to 1}(1)}}{2\lim_{x\to 1}(x)-\lim_{x\to 1}(5)}$ خاصية القوة وخاصيتا المجموع والفرق وخاصية الضرب في ثابت		
$= \frac{\sqrt{3(1)^2+(1)}}{2(1)-5}$ نهايتا الاقتران المحايد والاقتران الثابت		
$= \frac{-4}{3}$ بالتبسيط		
a) 17 **b)** 0 **c)** بما أن $x = 5$ لا تقع في مجال الاقتران النسبي (لأنها صفر للمقام)، فإنه يتعذر إيجاد قيمة النهاية بالتعويض المباشر.	34	أتحقق من فهمي

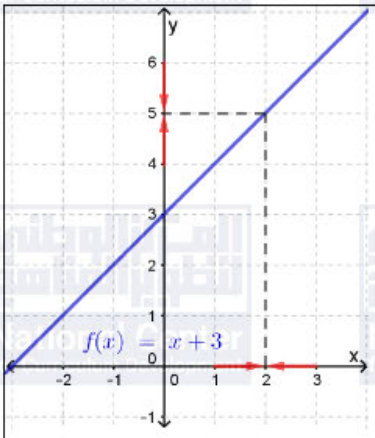
a) -5 **b)** -4	35	أتحقق من فهمي

أتحقق من فهمي	37	**a)** $g(x)=\frac{x^3+1}{x+1}$, $x=-1$ بما أن الاقتران النسبي g غير معرف عند $x=-1$ ؛ لأنها تجعل مقامه صفرًا ، فإن g غير متصل عند $x=-1$ **b)** $h(x)=\begin{cases}x-1, & x<3\\ 4-x, & x\geq 3\end{cases}$, $x=3$ $h(3)=4-3=1$ $\lim_{x\to 3^+} h(x)=\lim_{x\to 3^+}(4-x)=1$ $\lim_{x\to 3^-} h(x)=\lim_{x\to 3^-}(x-1)=2$ $\lim_{x\to 3^+} h(x)\neq \lim_{x\to 3^-} h(x)$ أي أن: $\lim_{x\to 3} h(x)$ غير موجودة إذن؛ الاقتران h غير متصل عند $x=3$

أتدرب وأحل المسائل

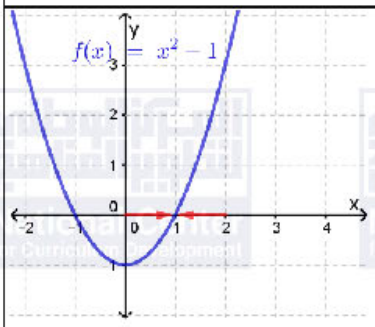
رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	38	$\lim_{x\to 2^+} h(x)=2$
2	38	$\lim_{x\to 2^-} h(x)=1$
3	38	$\lim_{x\to 2} h(x)$ غير موجودة
4	38	$\lim_{x\to 1} h(x)=-1$
5	38	$\lim_{x\to -2} h(x)=\frac{1}{2}$
6	38	$\lim_{x\to -3} h(x)=1$

7	38	بيانيًا (من الشكل المجاور) $\lim_{x\to 2^+}(x+3) = \lim_{x\to 2^-}(x+3) = 5$ إذن؛ $\lim_{x\to 2}(x+3) = 5$ عدديًا (من الجدول أدناه) $\lim_{x\to 2^+}(x+3) = \lim_{x\to 2^-}(x+3) = 5$ إذن؛ $\lim_{x\to 2}(x+3) = 5$



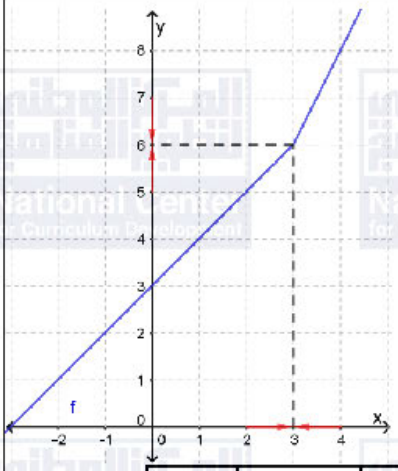
1.9	1.99	1.999	2	2.001	2.01	2.1
4.9	4.99	4.999	5	5.001	5.01	5.1

8	38	بيانيًا (من الشكل المجاور) $\lim_{x\to 1^+}(x^2-1) = \lim_{x\to 1^-}(x^2-1) = 0$ إذن؛ $\lim_{x\to 1}(x^2-1) = 0$ عدديًا (من الجدول أدناه) $\lim_{x\to 1^+}(x^2-1) = \lim_{x\to 1^-}(x^2-1) = 0$ إذن؛ $\lim_{x\to 1}(x^2-1) = 0$

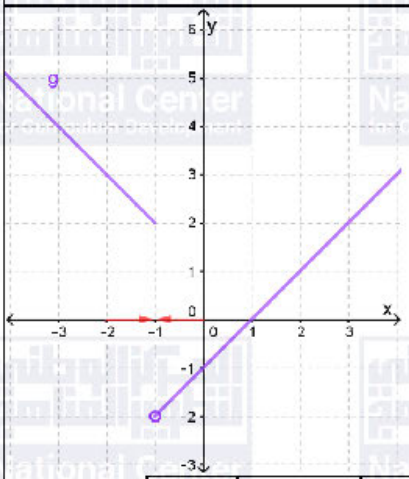


0.9	0.99	0.999	1	1.001	1.01	1.1
−0.19	−0.0199	−0.001999	0	0.002001	0.0201	0.21

9	38	بيانيًا (من الشكل المجاور) $\lim_{x\to 3^+} f(x) = 6$ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 6$ إذن؛ $\lim_{x\to 3} f(x) = 6$ عدديًا (من الجدول أدناه) $\lim_{x\to 3^+} f(x) = 6$ $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 6$ إذن؛ $\lim_{x\to 3} f(x) = 6$
10	38	بيانيًا (من الشكل المجاور) $\lim_{x\to -1^+} g(x) = -2$ $\lim_{x\to -1^-} g(x) = 2$ أي أن: $\lim_{x\to -1^+} g(x) \neq \lim_{x\to -1^-} g(x)$ إذن؛ $\lim_{x\to -1} g(x)$ غير موجودة عدديًا (من الجدول أدناه) $\lim_{x\to -1^+} g(x) = -2$



2.9	2.99	2.999	3	3.001	3.01	3.1
5.9	5.99	5.999	6	6.002	6.02	6.2



−1.1	−1.01	−1.001	−1	−0.999	−0.99	−0.9
2.1	2.01	2.001		−1.999	−1.99	−1.9

$\lim_{x\to -1^-} g(x) = 2$ أي أن: $\lim_{x\to -1^+} g(x) \neq \lim_{x\to -1^-} g(x)$ إذن؛ $\lim_{x\to -1} g(x)$ غير موجودة		
$\lim_{x\to -1} (x^2 + 2x + 1)$ $= \lim_{x\to -1} (x^2) + \lim_{x\to -1} (2x) + \lim_{x\to -1} (1)$ $= (\lim_{x\to -1} x)^2 + 2 \times \lim_{x\to -1} (x) + \lim_{x\to -1} (1)$ $= (-1)^2 + 2 \times -1 + 1$ $= 0$	38	11
$\lim_{x\to 4} (\sqrt{x} + \frac{4}{x})$ $= \lim_{x\to 4} (\sqrt{x}) + \lim_{x\to 4} (\frac{4}{x})$ $= \sqrt{\lim_{x\to 4} (x)} + \frac{\lim_{x\to 4} (4)}{\lim_{x\to 4} (x)}$ $= \sqrt{4} + \frac{4}{4}$ $= 3$	38	12
$\lim_{x\to 3} \sqrt[3]{\frac{2x+2}{x^2+18}}$ $= \sqrt[3]{\lim_{x\to 3} (\frac{2x+2}{x^2+18})}$ $= \sqrt[3]{\frac{\lim_{x\to 3} (2x+2)}{\lim_{x\to 3} (x^2+18)}}$	38	13

$= \sqrt[3]{\frac{2 \times \lim\limits_{x\to 3}(x) + \lim\limits_{x\to 3}(2)}{(\lim\limits_{x\to 3}(x))^2 + \lim\limits_{x\to 3}(18)}}$ $= \sqrt[3]{\frac{2\times 3+2}{3^2+18}}$ $= \frac{2}{3}$		
$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}(x-1) = 1-1 = 0$	38	14
$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-x}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2(x-1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} x^2 = 1^2 = 1$	38	15
$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-3)}{(x+2)} = \frac{2-3}{2+2} = \frac{-1}{4}$	38	16
$f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 2 \\ x^2, & x \geq 2 \end{cases}$, $x = 2$ $f(2) = 2^2 = 4$ $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+}(x^2) = 4$ $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-}(2x) = 4$ $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4$ أي أن: $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 4 = f(2)$ إذن؛ الاقتران f متصل عند $x = 2$	38	17
$f(x) = \begin{cases} 3x+5, & x < -1 \\ x^3, & x \geq -1 \end{cases}$, $x = -1$ $f(-1) = (-1)^3 = -1$ $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^+}(x^3) = -1$ $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-}(3x+5) = 2$ بما أن $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ ، فإن $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ غير موجودة.	38	18

إذن؛ الاقتران f متصل عند $x = -1$		
$f(x) = x^2 + 2x + 3, \quad x = 0$ $f(0) = 3$ $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}(x^2 + 2x + 3) = 3$ أي أن: $\lim_{x\to 0} f(x) = 3 = f(0)$ ، إذن؛ الاقتران f متصل عند $x = 0$	38	19
$h(x) = \frac{x^3 + 8}{2}, \quad x = 2$ $h(2) = \frac{2^3 + 8}{2} = 8$ $\lim_{x\to 2} h(x) = \lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3 + 8}{2}\right) = 8$ أي أن: $\lim_{x\to 2} h(x) = 8 = h(2)$ ، إذن؛ الاقتران h متصل عند $x = 2$	38	20
$g(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2}, \quad x = -2$ بما أن الاقتران النسبي g غير معرف عند $x = -2$ ؛ لأنها تجعل مقامه صفرًا ، فإن g غير متصل عند $x = -2$	38	21
$q(x) = \frac{3x^2 + x}{x}, \quad x = 0$ بما أن الاقتران النسبي q غير معرف عند $x = 0$ ؛ لأنها تجعل مقامه صفرًا ، فإن q غير متصل عند $x = 0$	38	22
1300 JD	39	23
$P(x) = \begin{cases} 500 + 0.1x, & 0 \le x \le 8000 \\ 660 + 0.08x, & x > 8000 \end{cases}$ $P(8000) = 1300$ $\lim_{x\to 8000^+} p(x) = \lim_{x\to 8000^+}(660 + 0.08x) = 1300$ $\lim_{x\to 8000^-} p(x) = \lim_{x\to 8000^-}(500 + 0.1x) = 1300$ $\lim_{x\to 8000} p(x) = 1300$ أي أن: $\lim_{x\to 8000} p(x) = 1300 = p(8000)$ إذن؛ الاقتران p متصل عند $x = 8000$	39	24

25	39	بما أن الاقتران f غير معرّف عند $x = -1$ ، فإنه غير متصل عند $x = -1$
26	39	إجابة محتملة: $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < -1 \\ 2x, & x > -1 \end{cases}$ لأن؛ $\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} (2x) = 2 \times -1 = -2$ $\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} (x - 1) = -1 - 1 = -2$
27	39	بما أن $\lim_{x \to 3} f(x)$ موجودة ، فإن $\lim_{x \to 3^+} f(x) = \lim_{x \to 3^-} f(x)$ $\lim_{x \to 3^+} (2 + \sqrt{k}) = \lim_{x \to 3^-} (x + 3)$ $2 + \sqrt{k} = 6$ $\sqrt{k} = 4$ $k = 16$
28	39	عند $x = -4$ الاقتران f غير متصل؛ لأنه غير معرّف عند $x = -4$ لوجود الفجوة في تمثيله البياني، أما عند $x = 2$ فرغم أن الاقتران f معرف عندها حيث $f(2) = 1$ ، فإنه غير متصل عند $x = 2$ لاختلاف قيمته عندها عن قيمة نهايته عندما تقترب x من العدد 2 حيث: $\lim_{x \to 2} f(x) = -4$
28	39	بما أن الاقتران f متصل عند $x = 3$ ، فإن: $f(3) = \lim_{x \to 3} f(x)$ $3^2 + k = \lim_{x \to 3} (x + 3)$ $9 + k = 6$ $k = -3$

الدرس 2: المشتقة

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	42	$f(x) = 7x + 5 , x = 2$ $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ التعريف العام للمشتقة $= \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ التعريف العام للمشتقة $= \lim_{h\to 0} \frac{7(2+h)+5-19}{h}$ بتعويض $f(2+h) = 7(2+h) + 5$ و $f(2) = 4$ $= \lim_{h\to 0} \frac{14 + 7h + 5 - 19}{h}$ بالتبسيط $= \lim_{h\to 0} \frac{7h}{h}$ بجمع الحدود المتشابهة $= \lim_{h\to 0} \frac{7h}{h}$ بإخراج h عاملًا مشتركًا من البسط $= \lim_{h\to 0} 7$ بالقسمة على h $= 7$ نهاية الثابت
أتحقق من فهمي	45	$f(x) = 8 - x^2$

$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ التعريف العام للمشتقّة $= \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ التعريف العام للمشتقّة $= \lim_{h\to 0} \frac{8-(x+h)^2-(8-x^2)}{h}$ بتعويض $f(x+h) = 8-(x+h)^2$ و $f(2) = 8-x^2$ بالتبسيط $= \lim_{h\to 0} \frac{8-(x^2+2xh+h^2)-8+x^2}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{-2xh-h^2}{h}$ بجمع الحدود المتشابهة $= \lim_{h\to 0} \frac{-h(2x+h)}{h}$ بإخراج h عاملًا مشتركًا من البسط $= \lim_{h\to 0} -(2x+h)$ بالقسمة على h $= -2x$ بتعويض $h = 0$		
$a)$ $y = x^{-6}$, $x > 0$ $\frac{dy}{dx} = -6x^{-7} = \frac{-6}{x^7}$ $b)$ $y = \frac{4}{x^3}$, $x > 0$ $y = 4x^{-3}$ $\frac{dy}{dx} = -12x^{-4} = \frac{-12}{x^2}$ $c)$ $y = \sqrt{x^7}$, $x \geq 0$ $y = x^{\frac{7}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}} = \frac{7}{2}\sqrt{x^5}$	44	أتحقق من فهمي
$a)$ $y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{6}{x^2}$, $x > 0$	45	أتحقق من فهمي

$y = x^{\frac{3}{4}} - 6x^{-2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{4}x^{\frac{-1}{4}} + 12x^{-3}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}} + \frac{12}{x^3}$ **b)** $y = \frac{x^6 - 4x^5 + 8x^2}{4x^2}, \quad x \neq 0$ $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 2$ $\frac{dy}{dx} = x^3 - 3x^2$		
$s(t) = t^3 + \sqrt{t} \quad \Rightarrow \quad s(t) = t^3 + t^{\frac{1}{2}}$ $\frac{ds}{dt} = 3t^2 + \frac{1}{2}t^{\frac{-1}{2}} = 3t^2 + \frac{1}{2\sqrt{t}}$ $\frac{ds}{dt}\|_{t=4} = 3(4)^2 + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 48.25 \text{ m/sec}$	46	أتحقق من فهمي

أتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي

$f(x) = 4x^2 \ , \quad x = 1$ $f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{4(1+h)^2-(4)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{4(1+2h+h^2)-4}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{4+8h+4h^2-4}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{8h+4h^2}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{h(8+4h)}{h}$ $= \lim_{h\to 0}(8+4h) = 8$	46	1
$f(x) = 1 - x^2, \quad x = -2$ $f'(-2) = \lim_{h\to 0} \frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{1-(-2+h)^2-(-3)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{1-(4-4h+h^2)+3}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{-3+4h-h^2+3}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{4h-h^2}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{h(4-h)}{h}$ $= \lim_{h\to 0}(4-h) = 4$	46	2
$f(x) = x^2 + x \ , \quad x = 2$	46	3

$$f'(2) = \lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^2+(2+h)-(6)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(4+4h+h^2)+(2+h)-6}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{6+5h+h^2-6}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{5h+h^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{h(5+h)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}(5+h) = 5$$

$f(x) = x^2 - 2x + 3, \quad x = -1$	46	4

$$f'(-1) = \lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(-1+h)^2-2(-1+h)+3-(6)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{(1-2h+h^2)+(2-2h)-3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3-4h+h^2-3}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{-4h+h^2}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{h(-4+h)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}(-4+h) = -4$$

$f(x) = 4x + 1$	46	5

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{4(x+h)+1-(4x+1)}{h}$$

$= \lim_{h\to 0} \frac{4x+4h+1-4x-1}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{4h}{h}$ $= \lim_{h\to 0} 4$ $= 4$		
$y = 1 - x$ $\frac{dy}{dx} = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{1-(x+h)-(1-x)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{1-x-h-1+x}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{-h}{h}$ $= \lim_{h\to 0} (-1)$ $= -1$	46	6
$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{2}(x+h)-1-(\frac{1}{2}x-1)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}h-1-\frac{1}{2}x+1}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{2}h}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{1}{2}$	46	7

$= \frac{1}{2}$		
$y = \frac{2x+4}{6}$ $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ $\frac{dy}{dx} = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{3}(x+h)+\frac{2}{3}-(\frac{1}{3}x+\frac{2}{3})}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}h+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{3}h}{h}$ $= \lim_{h\to 0} \frac{1}{3}$ $= \frac{1}{3}$	46	8
$y = \frac{1}{3}x + 1$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}$	46	9
$y = 8 - 3x$ $\frac{dy}{dx} = -3$	46	10
$y = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 7$ $\frac{dy}{dx} = x + 5$	46	11
$y = \frac{2x^3+4x+1}{3} = \frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ $\frac{dy}{dx} = 2x^2 + \frac{4}{3}$	46	12
$y = \sqrt{8} + 3\sqrt{x}, \quad x \geq 0$ $y = \sqrt{8} + 3x^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}x^{\frac{-1}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{x}}$	46	13
$y = 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^3}$	46	14

$y = 5x^{\frac{2}{3}} + 4x^{-3}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{10}{3}x^{\frac{-1}{3}} - 12x^{-4} = \frac{10}{3\sqrt[3]{x}} - \frac{12}{x^4}$		
$y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^2} + 4, \quad x > 0$ $y = 2x^{\frac{-1}{2}} + 2x^{-2} + 4$ $\frac{dy}{dx} = -x^{\frac{-3}{2}} - 4x^{-3} = \frac{-1}{\sqrt{x^3}} - \frac{4}{x^3}$	46	15
$y = \frac{\sqrt[5]{x^7} + 4x - 1}{2}$ $y = \frac{1}{2}x^{\frac{7}{5}} + 2x - \frac{1}{2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{7}{10}x^{\frac{2}{5}} - 2 = \frac{7}{10}\sqrt[5]{x^2} - 2$	46	16
$s(t) = 5t^{\frac{3}{2}} - 1.5t^2$ $\frac{ds}{dt} = \frac{15}{2}t^{\frac{1}{2}} - 3t = 7.5\sqrt{t} - 3t$ $\frac{ds}{dt}\|_{t=3} = 7.5\sqrt{3} - 3(3) \approx 4$ m/sec	46	17
$\frac{ds}{dt} = 1 - \frac{6}{t^2}$	47	18
$\frac{ds}{dt}\|_{t=1} = 1 - \frac{6}{(1)^2} = -5$ m/sec $\frac{ds}{dt}\|_{t=2} = 1 - \frac{6}{(2)^2} = -0.5$ m/sec	47	19
$\frac{ds}{dt} = \frac{35}{2}t^{\frac{3}{2}} - \frac{7}{2}t^{\frac{5}{2}}$ $\frac{ds}{dt}\|_{t=4} = \frac{35}{2}(4)^{\frac{3}{2}} - \frac{7}{2}(4)^{\frac{5}{2}} = 28$ m/sec	47	20
$f'(x) = \lim_{t \to x} \frac{f(t) - f(x)}{t - x}$ أفترض أن $t = x + h$ $t \to x \Rightarrow h \to 0$ بالتعويض في صيغة تعريف المشتقة أعلاه، فإن: $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	47	21
$\frac{ds}{dt} = -10t$ $0 = -10t$	47	22

t = 0 s(0) = 100 − 5(0) = 100 m	47	23
$f(x) = x^3 - 3x^2$ $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0 \ , \quad x = 2$ إذن، المماس أفقي عند $(0, f(0)) = (0, 0)$ و عند $(2, f(2)) = (2, -4)$		

الدرس 3: التزايد والتناقص لكثيرات الحدود

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	49	a) $(1, f(1)) = (1, -4)$ b) $(1, h(1)) = \left(1, \frac{-10}{3}\right)$, $(2, h(2)) = (2, \frac{13}{3})$
أتحقق من فهمي	52	a) متناقص في $(-\infty, 2)$ ، ومتزايد في $(2, \infty)$ b) متناقص في $(1, 3)$ ، ومتزايد في $(-\infty, 1)$ وفي $(3, \infty)$
أتحقق من فهمي	53	a) النقاط الحرجة: $(1, 7)$ ، و $(-4, 72)$ b) $(1, 7)$ صغرى محلية، و $(-4, 72)$ عظمى محلية
أتحقق من فهمي	54	أكبر عدد يمكن أن تصل اليه الضفادع 10000 ضفدع

اتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة
1	54	$(3, 1)$
2	54	$(3, -17)$
3	54	$\left(1, \frac{-2}{3}\right)$, $(-1, \frac{2}{3})$

4	55	متزايد $(-\infty, \infty)$
5	55	متناقص $(-\infty, \infty)$
6	54	$(0,0)$, $(2, \frac{-4}{3})$
7	55	متناقص في $(-\infty, 0)$ ، ومتزايد في $(0, \infty)$
8	55	متناقص في $(-\infty, \frac{1}{2})$ ، ومتزايد في $(\frac{1}{2}, \infty)$
9	55	متناقص في $(-\infty, 2.5)$ ، ومتزايد في $(2.5, \infty)$
10	55	متناقص في $(0,1)$ ، ومتزايد في $(-\infty, 0)$ وفي $(1, \infty)$
11	55	متناقص في $(-\infty, 3)$ ، ومتزايد في $(3, \infty)$
12	55	متناقص في $(-\infty, 1)$ ، ومتزايد في $(1, \infty)$
13	55	متزايد في $(-\infty, \infty)$
14	55	متناقص في $(-\infty, \infty)$
15	55	متزايد في $(-\infty, \infty)$
16	55	متناقص في $(-1, 3)$ ، ومتزايد في $(-\infty, -1)$ وفي $(3, \infty)$
17	55	النقاط الحرجة: $(3, -81)$ ، و $(-2, 44)$ $(3, -81)$ صغرى محلية، و $(-2, 44)$ عظمى محلية
18	55	النقاط الحرجة: $(2, 36)$ ، و $(5, 33.3)$ $(5, 33.3)$ صغرى محلية، و $(3, 36)$ عظمى محلية
19	55	النقاط الحرجة: $(1, \frac{-14}{3})$ ، و $(-2, \frac{40}{3})$ $(1, \frac{-14}{3})$ صغرى محلية، و $(-2, \frac{40}{3})$ عظمى محلية
20	55	النقاط الحرجة: $(2,1)$ لا يوجد قيمة عظمى أو قيمة صغرى عند $(2,1)$؛ لأن الاقتران h متناقص في $(-\infty, \infty)$
21	55	الاقتران y متزايد في $(0, 2.3)$ ، ومتناقص في $(2.3, 4)$
20	55	$x = 3$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ $= 3(x^2 - 2x + 1)$ $= 3(x-1)^2 \geq 0,\ x \in (-\infty, \infty)$ إذن؛ الاقتران f متزايد لقيم x الحقيقية جميعها.	55	21
$f(2) = 4a - 8 + c = -7$ $4a + c = 1$ $f'(x) = 2ax - 4$ $f'(2) = 4a - 4 = 0 \Rightarrow$ $a = 1$ $c = -3$	55	22

اختبار نهاية الوحدة

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	56	b) 4
2	56	a) -4
3	56	b) $8x^4 - 15x^2$
4	56	c) $2x - 6$
5	56	b) $3x^2 + 3$
6	56	d) $\frac{8}{\sqrt[3]{x}}$
7	56	c) $x = \pm 1$
8	56	d) $(0, 2)$
9	56	$\frac{-1}{3}$
10	56	0
11	56	3
12	56	$\frac{3}{5}$
13	56	$\frac{2}{3}$
14	56	$\frac{1}{4}$
15	57	غير موجودة

16	57	1
17	57	0
18	57	$f(2) = 4 = \lim_{x \to 2}(3x - 2)$ أي أن الاقتران f متصل عند $x = 2$
19	57	بما أن $x = 0$ لا تنتمي لمجال الاقتران النسبي g (لأنها تجعل مقامه صفرًا)، فالاقتران g غير متصل عند $x = 0$
20	57	$h(-2) = -2 + 1 = -1$ $\lim_{x \to -2^+} h(x) = \lim_{x \to -2^+}(x + 1) = -1$ $\lim_{x \to -2^-} h(x) = \lim_{x \to -2^-}(3x + 5) = -1$ أي أن: $\lim_{x \to -2} h(x) = -1$ وبما أن: $h(2) = 4 = \lim_{x \to 2}(3x - 2)$ ، فإن الاقتران h متصل عند $x = -2$
21	57	$q(5) = 5 + 5 = 10$ $\lim_{x \to 5} q(x) = \lim_{x \to 5} \frac{2x^2 - 10x}{x - 5} = \lim_{x \to 5} \frac{2x(x-5)}{x-5} = \lim_{x \to 5} \frac{2x(x-5)}{x-5} = \lim_{x \to 5} 2x = 10$ وبما أن: $q(5) = 10 = \lim_{x \to 5} q(x)$ ، فإن الاقتران q متصل عند $x = 5$
22	57	$f(x) = -x^2 + 300x + 6$ $f'(x) = -2x + 300$ $-2x + 300 = 0$ $x = 150$ إذن: $(150, f(150)) = (150, 22506)$ نقطة حرجة لإقتران f
23	57	$0 \quad + + + + + \quad 150 \quad - - - - - \quad 300$ متزايد — متناقص إذن: أكبر عدد من الألعاب الإلكترونية يمكن بيعه هو 22506 عند إنفاق 15000 دينار على إعلانات الإشهار والترويج.
24	57	النقاط الحرجة: $(3, -12)$ ، و $(-1, 20)$ $(3, -12)$ صغرى محلية، و $(-1, 20)$ عظمى محلية
25	57	النقاط الحرجة: $(2, 12)$ ، و $(1, 13)$ $(2, 12)$ صغرى محلية، و $(1, 13)$ عظمى محلية
26	57	c) **0**
27	57	a) $\frac{-3}{4}$
28	57	a) **10**

b) 6	57	29
d) -4	57	30

الدرس 1 : المتتاليات والمتسلسلات

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	62	a) $\sum_{k=1}^{9} 3k$ b) $\sum_{k=1}^{\infty}(2k+1)$
أتحقق من فهمي	62	$2+7+12+17+22+27+32+37+42+47+52=297$
أتحقق من فهمي	64	$\sum_{k=1}^{3}(4k+2) = 6+10+14 = 30$ أو $\sum_{k=1}^{3}(4k+2) = 4\times\frac{3(3+1)}{2} + 3(2) = 30$

أتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	64	$\sum_{k=1}^{\infty}(5k-4)$
2	64	$\sum_{k=1}^{50} k$
3	64	$\sum_{k=1}^{5} k^2+1$
4	64	$\sum_{k=1}^{4} \frac{k}{k+1}$
5	64	$\sum_{k=1}^{8} 25k$
6	64	$\sum_{k=1}^{6} 5$
7	65	$3+4+5+6+7=25$
8	65	$0+3+8+15+24+35+48+63+80+99=375$
9	65	$(40)(-5) = -200$
10	65	$1+2+3+4+5=15$
11	65	$4+7+10+13=34$

12	65	$(55)(9) = 495$
13	65	$\sum_{k=1}^{20}(80-2k) = 78+76+\cdots+40$ $= 80\times 20 - 2\times\frac{20(20+1)}{2} = 1180$
14	65	$\sum_{k=1}^{n}(4k-2)$
15	65	$\sum_{k=1}^{16}(15+10k) = 25+35+45+\cdots+175$ $= 16\times 15 + 10\times\frac{16(16+1)}{2} = 1600$
16	65	عملية التعويض خاطئة والصحيح هو $\sum_{k=1}^{5}(2k+7) = 9+11+13+15+17 = 65$
17	65	$\sum_{i=0}^{5} i^2$ كلها مجموعها 91 ما عدا المتسلسلة
18	65	$\sum_{k=1}^{n} c = c+c+\cdots+c$ (n مرة) $= c(1+1+\cdots+1)$ باخراج العامل المشترك $= c(n\times 1) = n\times c$

الدرس 2 : المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	67	a) حسابية b) حسابية c) ليست حسابية
أتحقق من فهمي	69	a) $a_n = 25+5n$ b) $a_n = 2n-31$ c) $a_n = 106-5n$
أتحقق من فهمي	70	$S_n = 20\left(\frac{10+86}{2}\right) = 960$

أتحقق من فهمي	72	a) 13, 16, 19, ... الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت ويساوي 3، اذن تشكل متتالية حسابية b) $a_n = 3n + 10$ c) $S_n = 25\left(\frac{13 + 85}{2}\right) = 1225$

أتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	72	حسابية
2	72	ليست حسابية
3	72	حسابية
4	72	حسابية
5	72	حسابية
6	72	ليست حسابية
7	72	$a_n = 10n - 2$
8	72	$a_n = 50 - 5n$
9	72	$a_n = 3n - 8$
10	72	$a_n = 83 - 2n$
11	72	$a_n = 9n - 5$
12	72	$a_n = 28 - 6n$
13	72	$S_n = 25\left(\frac{-2 + 118}{2}\right) = 1450$
14	72	$S_n = 31\left(\frac{19 - 101}{2}\right) = -1271$
15	72	$S_n = 17\left(\frac{7 + 23}{2}\right) = 255$
16	72	$S_n = 15\left(\frac{15+1}{2}\right) = 120$
17	72	$S_n = 13\left(\frac{2 + 26}{2}\right) = 182$
18	72	$S_n = 99\left(\frac{-1 + 293}{2}\right) = 14454$
19	73	$\sum_{k=1}^{6}(3k + 1) = 6\left(\frac{4 + 19}{2}\right) = 69$
20	73	$n = 8$

	73	
$d = 20$ $a_1 = 100$ $a_n = 80 + 20n$ $S_n = 8\left(\frac{100 + 240}{2}\right) = 1360$		
$n = 12$ $d = 2$ $a_1 = 3$ $a_n = 2n + 1$ $S_n = 12\left(\frac{3 + 25}{2}\right) = 168$	73	21
أخطأ معتز في إيجاد أساس المتتالية والصحيح هو -9 ، وأخطأ في إيجاد الحد العام والصحيح هو $a_n = a_1 + (n-1)d$ $= 21 + (n-1)(-9)$ $= 30 - 9n$	73	22
$\sum_{k=1}^{\infty} c = c + c + c + \cdots$ أساس المتسلسلة $d = c - c = 0$ إذن، المتسلسلة حسابية	73	23
$S_n = n\left(\frac{8 + 3n + 5}{2}\right) = 544$ $3n^2 + 13n - 1088 = 0$ $n = 17$	73	24
بما أن الحد العام لمتسلسلة الأعداد الفردية هو: $a_n = 2n - 1$ إذن، المتسلسلة هي: $\sum_{k=1}^{n} (2k - 1)$ ومجموع حدودها هو: $S_n = n\left(\frac{1 + 2n - 1}{2}\right) = n^2$	73	25

الدرس 3 : المتتاليات والمتسلسلات الهندسية

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	75	a) متتالية هندسية b) ليست متتالية هندسية
أتحقق من فهمي	76	a) $a_n = 32\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ b) $a_n = 625\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$
أتحقق من فهمي	77	$S_n = \frac{(4)(1-0.5^6)}{1-0.5} = \frac{63}{8}$
أتحقق من فهمي	79	a) $a_n = 4500(1.035)^{n-1}$ b) $a_5 = 4500(1.035)^4 = 5163.853503$ c) $a_1 = 4500$ $r = 1.035$ $S_n = \frac{(4500)(1-1.035^{10})}{1-1.035} = 52791.26922$

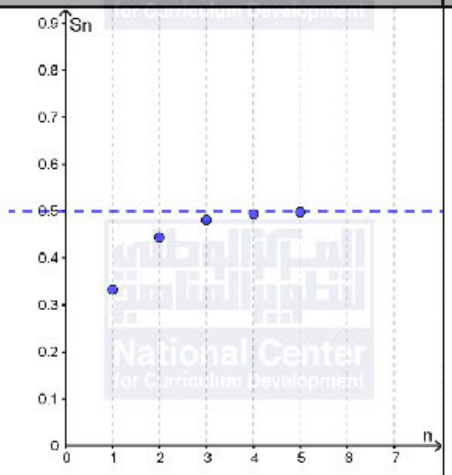
أتدرب وأحل المسائل

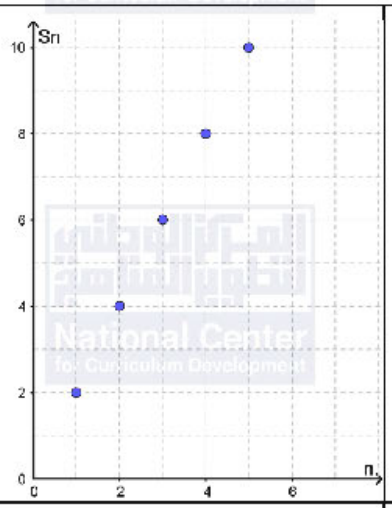
رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	79	متتالية هندسية
2	79	متتالية هندسية
3	79	متتالية هندسية
4	79	ليست متتالية هندسية
5	79	متتالية هندسية
6	79	متتالية هندسية
7	79	$a_n = 4(-2)^{n-1}$
8	79	$a_n = 0.005(2)^{n-1}$
9	79	$a_n = 20(1.1)^{n-1}$
10	79	$a_n = (0.5)^{n-1}$
11	79	$a_n = 4(3)^{n-1}$
12	79	$a_n = 5(-5)^{n-1}$

$S_n = \frac{(3)(1-2^6)}{1-2} = 189$	79	13
$S_n = \frac{(1.5)(1-4^5)}{1-4} = 511.5$	79	14
$S_n = \frac{(1)(1-1.5^4)}{1-1.5} = 8.125$	79	15
$S_n = \frac{(5)(1-0.1^4)}{1-0.1} = 5.555$	79	16
$S_n = \frac{(7)(1-7^5)}{1-7} = 19607$	79	17
$S_n = \frac{(1)(1-(-1)^{99})}{1+1} = 1$	79	18
$a_1 = 100$ $r = 0.8$ $S_n = \frac{(100)(1-0.8^{12})}{1-0.8} \approx 465.6$	80	19
$a_1 = 5$ $r = 2$ $a_n = 5(2)^{n-1}$	80	20
$S_n = \frac{(5)(1-2^4)}{1-2} = 75$	80	21
$a_1 = 0.1$ $r = 0.5$ $S_n = \frac{(0.1)(1-0.5^{15})}{1-0.5} \approx 0.2 \text{ mm}$	80	22
$\sum_{k=1}^{\infty} c = c + c + c + \cdots$ بما أن أساس المتسلسلة: $r = \frac{c}{c} = 1, \quad c \neq 0$ إذن، المتسلسلة هندسية.	80	23
$x = 6$	80	24
$12 = a_1 \times r$ $-768 = a_1 \times r^4$ بقسمة المعادلة الثانية على المعادلة الأولى ينتج:	80	25

$r=-3, \quad a_1=-4$ $a_n=-4(-3)^{n-1}$		
$S_n=a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}$ $-rS_n=-ra-ar^2-ar^3-\cdots-ar^n$ بالجمع ينتج أن: $S_n-rS_n=a-ar^n$ $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$	80	26

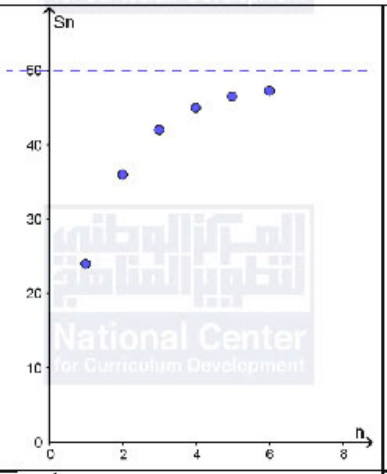
الدرس 4 : المتسلسلات الهندسية اللانهائية

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
أتحقق من فهمي	82	a) $S_1=\frac{1}{3}$ $S_2=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$ $S_3=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}=\frac{13}{27}$ $S_4=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}=\frac{40}{81}$ $S_5=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+\frac{1}{243}=\frac{121}{243}$ 

b) $S_1 = 2$ $S_2 = 2 + 2 = 4$ $S_3 = 2 + 2 + 2 = 6$ $S_4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$ $S_5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ 		
a) $\|r\| = \left\|\frac{1}{6}\right\| < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{1}{1 - \frac{1}{6}} = 1.2$ b) $\|r\| = \|-2\| = 2 > 1$ إذن، المتسلسلة متباعدة c) $\|r\| = \|-0.3\| = 0.3 < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{9}{1 + 0.3} = \frac{90}{13}$	85	أتحقق من فهمي
$\frac{14}{99}$	86	أتحقق من فهمي
$a_1 = 2$ $r = 0.77$ $S_\infty = \frac{2}{1 - 0.95} = 40 \text{ m}$	87	أتحقق من فهمي
أتدرب وأحل المسائل		
الإجابة / الحل التفصيلي	رقم الصفحة	رقم السؤال
$S_1 = 24$ $S_2 = 24 + 12 = 36$ $S_3 = 24 + 12 + 6 = 42$ $S_4 = 24 + 12 + 6 + 3 = 45$ $S_5 = 24 + 12 + 6 + 3 + 1.5 = 46.5$	87	1

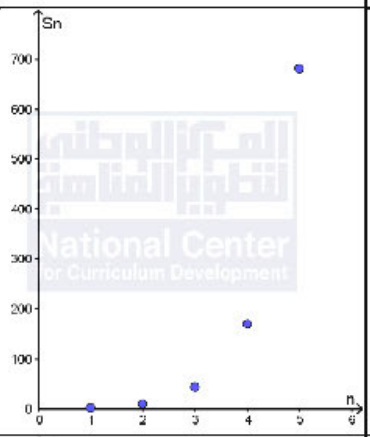
$S_6 = 24 + 12 + 6 + 3 + 1.5 + 0.75 = 47.25$

ألاحظ أن $|r| = |0.5| = 0.5 < 1$، فالمتسلسلة متقاربة



$S_1 = 2$
$S_2 = 2 + 8 = 10$
$S_3 = 2 + 8 + 32 = 42$
$S_4 = 2 + 8 + 32 + 128 = 170$
$S_5 = 2 + 8 + 32 + 128 + 512 = 682$
$S_6 = 2 + 8 + 32 + 128 + 512 + 2048 = 2730$

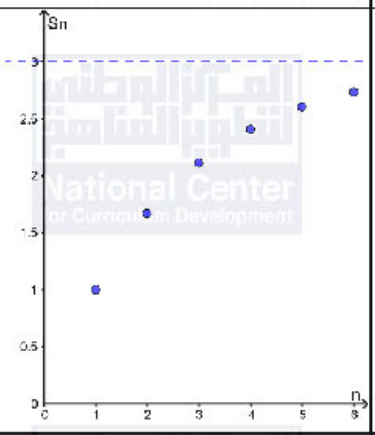
ألاحظ أن $|r| = |4| = 4 > 1$ ، فالمتسلسلة متباعدة



87	2	

$S_1 = 1$
$S_2 = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$
$S_3 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{19}{9}$
$S_4 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} = \frac{65}{27}$
$S_5 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} = \frac{211}{81}$
$S_6 = 1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \frac{16}{81} + \frac{32}{243} = \frac{665}{243}$

ألاحظ أن $|r| = \left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3} < 1$ ، فالمتسلسلة متقاربة

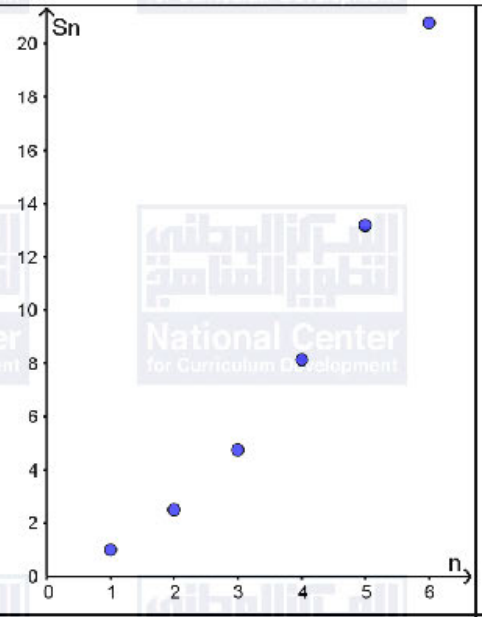


87	3	

$S_1 = 1$
$S_2 = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$
$S_3 = 1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{19}{4}$
$S_4 = 1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} = \frac{65}{8}$
$S_5 = 1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \frac{81}{16} = \frac{211}{16}$
$S_6 = 1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \frac{81}{27} + \frac{243}{32} = \frac{599}{32}$

87	4	

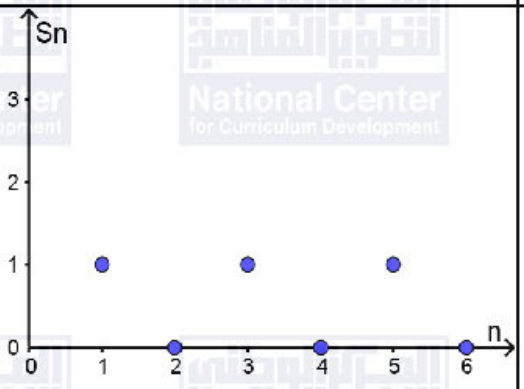
ألاحظ أن $|r| = \left|\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2} > 1$ ،
فالمتسلسلة متباعدة



87 5

$S_1 = 1$
$S_2 = 1 - 1 = 0$
$S_3 = 1 - 1 + 1 = 1$
$S_4 = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$
$S_5 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 1$
$S_6 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

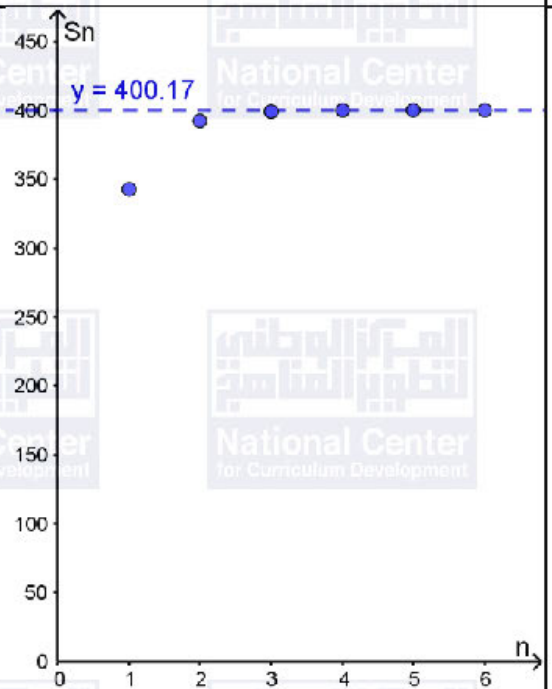
ألاحظ أن $|r| = |-1| = 1 \geq 1$ ،
فالمتسلسلة متباعدة



87 6

$S_1 = 343$
$S_2 = 343 + 49 = 392$
$S_3 = 343 + 49 + 7 = 399$
$S_4 = 343 + 49 + 7 + 1 = 400$
$S_5 = 343 + 49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} = \frac{2801}{7}$
$S_6 = 343 + 49 + 7 + 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{49}$
$= \frac{19608}{49}$

ألاحظ أن $|r| = \left|\frac{1}{7}\right| = \frac{1}{7} < 1$ ،
فالمتسلسلة متقاربة



$\|r\| = \|0.75\| < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{1}{1-0.75} = 4$	87	7
$\|r\| = \left\|\frac{7}{6}\right\| > 1$ إذن، المتسلسلة متباعدة، ولا يمكن إيجاد مجموع عدد لا نهائي من حدودها	87	8
$\|r\| = \left\|-\frac{1}{3}\right\| < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{5}{1+\frac{1}{3}} = 3.75$	87	9
$\|r\| = \left\|\frac{1}{10}\right\| < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{10}{1-\frac{1}{10}} = \frac{100}{9}$	87	10
$\|r\| = \|0.25\| < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{192}{1-0.25} = 256$	87	11
$\|r\| = \|0.35\| < 1$ إذن، المتسلسلة متقاربة $S_\infty = \frac{1}{1-0.35} = \frac{20}{13}$	87	12
$a_1 = 0.7, \quad r = 0.1$ $\frac{7}{9}$	88	13

$a_1 = 0.41, \quad r = 0.01$ $\frac{41}{99}$	88	14
$a_1 = 0.4, \quad r = 0.1$ $\frac{4}{9}$	88	15
$a_1 = 0.05, \quad r = 0.1$ $\frac{1}{18}$	88	16
$a_1 = 0.86, \quad r = 0.01$ $\frac{86}{99}$	88	17
$a_1 = 0.3, \quad r = 0.1$ $\frac{10}{33}$	88	18
$a_1 = 20, \quad r = 0.7$ $a_n = 20(0.7)^{n-1}$	88	19
$S_\infty = \frac{20}{1-0.7} = \frac{200}{3}$	88	20
$S_\infty = \frac{12}{1-0.75} = 48$	88	21
$S_\infty = \frac{8}{1-0.98} = 400$	88	22
المتسلسلة متباعدة، لأن $\lvert r\rvert = 2.5 > 1$ إذن، لا يمكن إيجاد مجموع عدد لا نهائي من حدودها	88	23
إجابة محتملة: $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \cdots$ حيث $\lvert r\rvert = \frac{1}{2} < 1$ $S_\infty = \frac{3}{1-0.5} = 6$	88	24
المتسلسلة هي: $a + ar + 4 + \cdots$ $ar^2 = 4$ ، أي أن: $r = \pm\frac{2}{\sqrt{a}}$	88	25

		$S_\infty = \dfrac{a}{1-\frac{2}{\sqrt{a}}}$ أو $S_\infty = \dfrac{a}{1+\frac{2}{\sqrt{a}}}$

اختبار نهاية الوحدة

رقم السؤال	رقم الصفحة	الإجابة / الحل التفصيلي
1	89	c
2	89	d
3	89	b
4	89	b
5	89	a
6	89	متسلسلة حسابية
7	89	متسلسلة هندسية
8	89	متسلسلة هندسية
9	89	متسلسلة حسابية
10	89	متسلسلة حسابية
11	89	متسلسلة هندسية
12	89	$S_1 = 14 = a_1$ $S_2 = 40 = a_1 + a_2$ $S_3 = 78 = a_1 + a_2 + a_3$ اذن المتسلسلة هي 14, 26, 38, ... وهي متسلسلة حسابية
13	89	$50 = a_1 + 17d$ $a_1 + 9d = 2(a_1 + 3d)$ $a_1 = 3d \Rightarrow d = 2.5, \quad a_1 = 7.5$ $a_n = 5 + 2.5n$

$a_1 = 2000$ $r = 1.25$ $n = 9$ المتسلسلة هي: $\sum_{n=1}^{9} 2000(1.25)^{n-1}$ $= 2000 + 2500 + 3125 + \cdots + 2000(1.25)^8$ $S_n = \frac{2000(1 - 1.25^9)}{1 - 1.25} \approx 51604.6 \text{ JD}$	89	14
$a_1 = 5$ $d = 2$ $n = 15$ $a_n = 5 + 2(n - 1) = 2n + 3$ $a_{15} = 33$ $S_n = \frac{15(5 + 33)}{2} = 285$	90	15
$a_1 = 9$ $r = 0.75$ $a_4 = 9(0.75)^3 = 3.796875$	90	16
$a_n = 9(0.75)^{n-1}$	90	17
$a_8 = 1.20135498$ $a_9 = 0.9010162354$ إذن، ستصطدم ثماني مرات قبل ان يصبح ارتداها أقل من 1 متر	90	18
$S_\infty = \frac{9}{1 - 0.75} = 36 \text{ m}$	90	19
$a_1 = 2700$ $r = 1.03$ $S_n = \frac{2700(1 - 1.03^{10})}{1 - 1.03} \approx 30952.5 \text{ JD}$	90	20
أعداد الأسماك التي نفقت هي: $7 + 7 + 7 + \cdots + 7$ 10 مرات، وتمثلها المتسلسلة $\sum_{k=1}^{10} (7)$	90	21
c	90	22
c	90	23

a	99	24